

22624

20 92109



84 dT zu PFD 221

19 BUNDESREPUBLIK  
DEUTSCHLAND



DEUTSCHES  
PATENT- UND  
MARKENAMT

12 Pat entschrift  
10 DE 198 37 828 C 1

PT 1.1615

51 Int. Cl. 7:  
G 01 V 3/08  
G 01 R 33/02  
G 01 N 27/04  
G 01 V 3/06

21 Aktenzeichen: 198 37 828.9-52  
22 Anmeldetag: 20. 8. 1998  
43 Offenlegungstag: -  
45 Veröffentlichungstag  
der Patenterteilung: 6. 4. 2000

*Seite 3*

*deutscher Patent*

DE 198 37 828 C 1

Innerhalb von 3 Monaten nach Veröffentlichung der Erteilung kann Einspruch erhoben werden

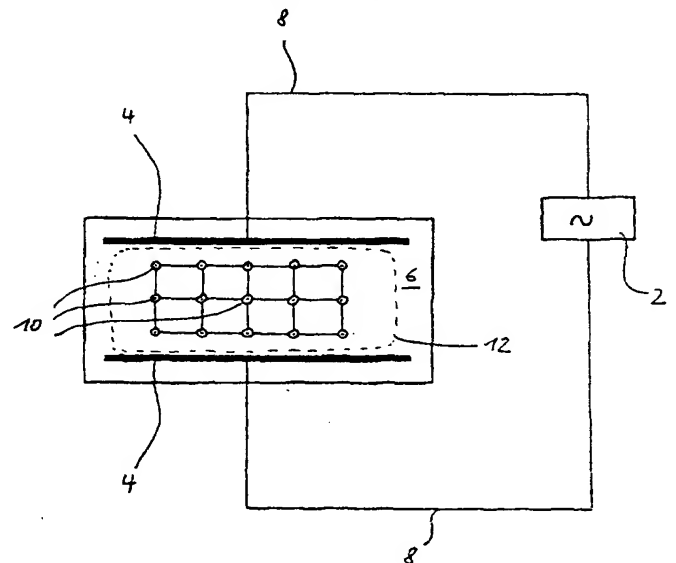
73 Patentinhaber:  
Forschungszentrum Jülich GmbH, 52428 Jülich, DE  
74 Vertreter:  
COHAUSZ & FLORACK, 40472 Düsseldorf

72 Erfinder:  
Jaekel, Uwe, Dr., 52445 Titz, DE; Hashagen, Uwe,  
52066 Aachen, DE; Vereecken, Harry, Dr., 52428  
Jülich, DE; Bick, Marcel, 52066 Aachen, DE

56 Für die Beurteilung der Patentfähigkeit in Betracht  
gezogene Druckschriften:  
US 55 63 513 A  
US 54 26 365 A

54 Verfahren und Vorrichtung zur oberflächennahen Detektion von Stromdichteverteilungen in einem Untergrund

57 Die Erfindung betrifft ein Verfahren sowie eine Vorrichtung zur oberflächennahen Detektion von Stromdichteverteilungen in einem Untergrund, bei dem das in dem Untergrund verfahrensgemäß erzeugte Magnetfeld gemessen und daraus die Stromdichteverteilung im Untergrund bestimmt wird. Der Erfindung liegt das technische Problem zugrunde, ein neues, nicht invasives Verfahren und eine entsprechende Vorrichtung anzugeben, die eine Bestimmung der Stromdichteverteilung mit größerer Genauigkeit ermöglichen. Erfindungsgemäß wird bei dem Verfahren im Untergrund direkt ein Wechselstrom erzeugt, dessen Magnetfeld vermessen wird. Dazu ist eine erfindungsgemäße Vorrichtung vorgesehen.



DE 198 37 828 C 1



## Beschreibung

Die Erfindung betrifft ein Verfahren sowie eine Vorrichtung zur oberflächennahen Detektion von Stromdichteverteilungen in einem Untergrund, bei dem das in dem Untergrund verfahrensgemäß erzeugte Magnetfeld gemessen wird und daraus die Stromdichteverteilung im Untergrund bestimmt wird.

Für das Verständnis aller wesentlichen Fragen im Zusammenhang mit Böden und Grundwasserleitern ist die Kenntnis der räumlichen Struktur des Untergrundes von entscheidender Bedeutung. Diese Kenntnis wurde bisher vor allem durch invasive Verfahren, im wesentlichen durch Bohrungen, gewonnen. Diese Verfahren haben neben der Tatsache, daß sie invasiv sind und die Verhältnisse im Untergrund verändern können, den Nachteil, daß sie die räumliche Struktur nur punktuell an den Bohrungen wiedergeben. Die wichtigen Zusammenhänge und Verbindungen bleiben dabei unentdeckt, die jedoch für eine Gefährdungsabschätzung, Vordersage und Beobachtung von Transportvorgängen im Untergrund notwendig sind.

In jüngerer Zeit wurden zunehmend geophysikalische Methoden eingesetzt, die im wesentlichen nicht invasiv den Boden durchmustern. Hierbei liegen die Schwächen der Verfahren in der meist zu geringen räumlichen Auflösung, dem unklaren Zusammenhang der gemessenen physikalischen Größe mit dem eigentlichen interessierenden geologischen Parameter und der nicht eindeutigen Rückrechnung der mit den Sensoren aufgenommenen Meßwerte auf die zugrundeliegenden Verhältnisse im Untergrund.

Ein solches, aus dem Stand der Technik bekanntes Verfahren wird als Geoelektrik bezeichnet, bei dem über mindestens zwei Elektroden ein Gleichstrom in den Untergrund im Untersuchungsbereich eingeleitet wird. Mit Elektroden und daran angeschlossenen Spannungsmeßgeräten wird dann die resultierende elektrische Potentialverteilung an der Untergrundoberfläche untersucht, woraus die elektrische Feldverteilung im Untergrund bestimmt wird.

Bei einem weiteren aus dem Stand der Technik bekannten Verfahren, das als Controlled Source Audio Magnetotelluric (CSAMT) bekannt ist, werden ein oder mehrere elektrische Dipole an den Boden angelegt und im Frequenzbereich von 1 Hz bis 8 kHz betrieben. In einer großen Entfernung (Größenordnung etwa einige Kilometer) werden eine magnetische und eine elektrische Komponente der abgestrahlten elektromagnetischen Welle gemessen. Die vergleichsweise große Entfernung des Detektors ist erforderlich, um die abgestrahlte elektromagnetische Welle mathematisch mit der Fernfeldnäherung beschreiben zu können. Daher werden mit dem genannten Verfahren geologische Strukturen in einer großen Tiefe und Ausdehnung gemessen.

Weiterhin ist aus dem Stand der Technik ein induktives Verfahren der Geoelektromagnetik bekannt, bei dem die Anregung des Untergrundes mit Spulen an der Erdoberfläche oder mittels entfernter Sender bewirkt wird, indem im Untergrund als Reaktion auf das äußerste Magnetfeld im Untergrund ein Magnetfeld induziert wird. Nachteilig bei diesem Verfahren ist, daß die Feldabschwächung mit steigendem Abstand in doppelter Weise auftritt, nämlich einmal bei der Anregung des Untergrundes und dann bei der Messung durch den Meßsensor.

Der vorliegenden Erfindung liegt daher das technische Problem zugrunde, ein neues, nicht invasives Verfahren und eine entsprechende Vorrichtung zur oberflächennahen Detektion von Stromdichteverteilungen in einem Untergrund anzugeben, wobei mit größerer Genauigkeit die Stromdichteverteilung im Untergrund bestimmt werden kann.

Die US 5,563,513 A offenbart ein Verfahren und eine

Vorrichtung zur Widerstandsmessung in einem sedimentförmigen Untergrund, wodurch anomale Widerstandsmuster nachgewiesen werden können. Die Vorrichtung wird auf einem Untergrund angeordnet und weist einen elektrischen Generator auf, der mit einem Transmitter mit geerdeten Elektroden verbunden ist. Zur Widerstandsmessung werden rechteckförmige Wellen von Strom mit großer Amplitude und längen Perioden in den Untergrund eingeleitet, wodurch Magnetfeldveränderungen im Untergrund induziert werden, die an der Erdoberfläche mit einem Magnetometer oder einer Induktionsspule gemessen werden können. Aus der Amplitude und der Form des gemessenen Magnetfeldsignals, das als Funktion über der Zeit aufgetragen wird, werden Informationen über Widerstandsvariationen des Untergrundaufbaus abgeleitet.

Das zuvor aufgezeigte technische Problem wird erfindungsgemäß durch ein Verfahren mit dem Merkmalen des Anspruchs 1 gelöst.

Gemäß dieses Verfahrens werden an dem Untersuchungsbereich Elektroden mit dem Untergrund in Kontakt gebracht, durch die im Untersuchungsbereich ein elektrischer Wechselstrom hervorgerufen wird. Dazu wird über elektrische Zuleitungen eine elektrische Wechselspannung an den Elektroden angelegt. Durch unterschiedliche Leitfähigkeiten in dem Untersuchungsbereich bildet sich eine entsprechende Stromdichteverteilung im Untersuchungsbereich aus. Durch die Stromdichteverteilung wird ein Magnetfeld erzeugt, das mit Hilfe mindestens einen Magnetfeldsensors an einer Mehrzahl von Orten gemessen wird. Die gemessene Magnetfeldstärkeverteilung wird dann mittels einer inversen Faltung mit dem Gesetz von Biot-Savat in eine Stromdichteverteilung umgerechnet.

In weiter bevorzugter Weise wird aus der Stromdichteverteilung die Leitfähigkeitsverteilung im Untergrund berechnet. Dabei stellt die berechnete Leitfähigkeitsverteilung im Untergrund eine weitere Zielgröße des Verfahrens dar, und die Interpretation der elektrischen Leitfähigkeitsverteilung im untersuchten Untergrund kann dann abhängig von der jeweiligen Fragestellung in Bezug auf die hydraulische Leitfähigkeit, die Wassersättigung oder die bevorzugten Fließwege abgeleitet werden.

Die zuvor erwähnte inverse Faltung ist bei einem Problem, das aufgrund der physikalischen Gegebenheiten als zweidimensional anzusehen ist, eindeutig möglich. Für die Inversion gibt es dabei eine Vielzahl von Möglichkeiten, beispielsweise auf der Basis von Finite-Elemente- oder Finite-Differenzenmethoden, Fourieranalyse oder neuronalen Netzen. Dagegen ist eine eindeutige dreidimensionale Inversion bisher nicht gelungen, jedoch werden aufgrund des erfindungsgemäßen Verfahrens Daten erzeugt, die eine merkliche Verbesserung der Situation gegenüber dem Stand der Technik herbeiführen, so daß die Anzahl der für eine dreidimensionale Inversion notwendigen sinnvollen Annahmen über die Stromverteilung im Untergrund verringert werden kann.

Mit dem zuvor erläuterten Verfahren lassen sich einerseits geologische und andererseits nicht geologische Untergründe untersuchen. Als nicht geologische Untersuchungen können beispielsweise Werkstoffprüfungen zur Bestimmung von Rissen oder Oxidationsschäden in Metallen genannt werden.

In einer ersten Ausgestaltung der vorliegenden Erfindung wird bei der Berechnung der Leitfähigkeitsverteilung aus der berechneten Stromdichteverteilung eine angenommene Verteilung des elektrischen Feldes im Untergrund angenommen. Dieses ist beispielsweise dann sinnvoll und möglich, wenn zwei flächige, plattenförmige Elektroden im Untergrund angeordnet sind, zwischen denen sich eine nahezu ho-

Stat

①

②

③

Aufgabe

④



4. 1

1. 2. 3.

1

homogene Potentialverteilung ausbildet. Daher kann in einem solchen Anwendungsfall eine elektrische Potentialverteilung wie bei einem Plattenkondensator in guter Näherung angenommen werden.

Bei weniger eindeutigen Potentialverteilungen kann das zuvor beschriebene Verfahren dadurch unterstützt werden, daß während der Messung der Magnetfeldstärkeverteilung gleichzeitig die elektrische Potentialverteilung an der Oberfläche des Untergrundes gemessen wird. Somit können die gemessenen elektrischen Potentiale in die näherungsweise Bestimmung der elektrischen Potentialverteilung mit berücksichtigt werden.

Bei einer bevorzugten Ausgestaltung der vorliegenden Erfindung kann mit Hilfe einer Mehrelektrodenanordnung die räumliche Abhängigkeit der Leitfähigkeitsverteilung alleine durch mehrere Messungen der Stromdichteverteilungen für zwei unabhängige Fließrichtungen des Wechselstromes, also ohne Messung oder Annahme bezüglich der Potentiale oder der elektrischen Felder, bestimmt werden. Wegen der kleinen Frequenzen der Wechselspannung gilt näherungsweise das Ohmsche Gesetz

$$j = \sigma E,$$

wobei  $j$  der Stromdichtevektor,  $\sigma$  die (ortsabhängige) Leitfähigkeit und  $E$  der Vektor des elektrischen Feldes ist. Das elektrische Feld ist der Gradient des elektrischen Potentials  $\Phi$ , also  $E = -\nabla \Phi$ , folglich verschwindet seine Rotation und es gilt:

$$\begin{aligned} 0 &= \nabla \times E \\ &= \nabla \times (1/\sigma j) \\ &= \nabla (1/\sigma) \times j + 1/\sigma (\nabla \times j) \end{aligned}$$

Damit ergibt sich die Vektor-Gleichung:

$$\nabla \times j + (\sigma \nabla 1/\sigma) \times j = 0$$

Nach einer Messung der Stromdichteverteilung sind  $j$  und  $\nabla \times j$  bekannt, so daß die letzte Gleichung als bestimmende Gleichung für  $1/\sigma$  angesehen werden kann. Das System ist noch unterbestimmt, weil wegen des Kreuzprodukts keine Aussage für die Komponente von  $\nabla (1/\sigma)$  parallel zum Stromdichtevektor gemacht werden kann. Mißt man aber (mindestens) zwei unabhängige Stromdichteverteilungen (z. B. durch Änderung der Elektrodenanordnung), so erhält man ein überbestimmtes Gleichungssystem, aus dem sich  $\sigma$  absolut bestimmen läßt, wenn man die Leitfähigkeit an mindestens einer Stelle, beispielsweise an den Zuleitungen oder in einem wassergefüllten Hohlraum, kennt.

Für die Lösung des Gleichungssystems ist es günstig, wenn die beiden  $j$ -Felder annähernd senkrecht aufeinander stehen. Dies läßt sich z. B. durch eine Vierelektrodenanordnung erreichen, bei der die Verbindungslinien der in einer Messung verwendeten Elektrodenpaare senkrecht zueinander sind.

Die Methode läßt sich insbesondere dann einsetzen, wenn Potentialmessungen schwierig sind oder unzureichende Informationen liefern, z. B. wenn das zu unterscheidende Medium an der Oberfläche unzureichend elektrisch angekopelt ist oder der zu untersuchende Bereich von einer sehr gut leitenden Schicht überdeckt ist.

Ein wesentlicher Vorteil des erfindungsgemäßen Verfahrens gegenüber dem Verfahren der obengenannten Geoelektrik besteht darin, daß das Magnetfeld nicht durch leitfähige Bereiche im Untergrund abgeschirmt wird, so daß auch Bereiche des Untergrundes unterhalb einer leitfähigen Schicht untersucht werden können. Denn das Magnetfeld wird allen-

falls durch ferromagnetische Einlagerungen beeinflusst. Dieser Effekt kann jedoch – wie weiter unten erläutert wird – eliminiert werden. Weiterhin liegt der Vorteil gegenüber der Geoelektrik darin, daß die Magnetfeldstärkeverteilung vektoriell gemessen werden kann, während die Messung der Potentiale jeweils skalarer Meßwerte ergibt. Dadurch ist mit der Messung ein größerer Informationsgehalt verbunden, wodurch auch die Inversion der gemessenen Magnetfeldstärkeverteilung in eine Stromdichteverteilung detailreicher wird.

Gegenüber dem CSAMT-Verfahren, das oben beschrieben worden ist, liegt der Vorteil darin, daß in direkter Nähe zu dem Untersuchungsbereich das Magnetfeld vermessen wird, so daß der Untergrund erheblich detaillierter analysiert werden kann.

Gegenüber dem Verfahren der Geoelektromagnetik besteht der wesentliche Vorteil darin, daß der Strom mittels der Elektroden direkt in den Untergrund eingeleitet wird, ohne daß Spulen an der Untergrundoberfläche oder entfernte Sender verwendet werden. Dadurch wird eine größere Stromdichte im Untergrund erreicht, so daß das dadurch erzeugte Magnetfeld genauer gemessen werden kann.

In bevorzugter Weise wird die Magnetfeldstärke außerhalb des Untergrundes gemessen, wobei insbesondere die Magnetfeldstärke in verschiedenen Höhen oberhalb des Untergrundes gemessen wird. Dadurch besteht die Möglichkeit, die Veränderung des Magnetfeldes auch in vertikaler Richtung in verschiedenen Ebenen zu bestimmen, wodurch erneut die Dichte der aus der Messung abzuleitenden Informationen gesteigert wird. Insbesondere gegenüber der Geoelektrik ergibt sich eine erhebliche Verbesserung, da die Geoelektrik darauf beschränkt ist, die Feldverteilung an der Untergrundoberfläche zu untersuchen. Weiterhin ist es bei dem dargestellten Verfahren auch möglich, die Magnetfeldstärkeverteilung innerhalb des Untergrundes, vorzugsweise dabei in Bohrlöchern, gemessen wird. Andererseits besteht die Möglichkeit, bei Laboruntersuchungen, bei denen der Untergrund sich innerhalb eines allseitig zugänglichen Behälters befindet, die Magnetfeldstärkeverteilung seitlich neben und/oder unterhalb der Laboranordnung zu messen.

Die größte Schwierigkeit bei der Messung von magnetischen Feldern im Freien ist das ständige Vorhandensein von Störfeldern. Die Herkunft der Störfelder läßt sich in der folgenden Weise gliedern:

- Das Erdmagnetfeld, das durch den Einfluß der Troposphäre (Sonnenwind) zeitlichen Variationen unterliegt.
- Ferromagnetische Strukturen im Boden, die das Erdmagnetfeld verzerren.
- Bewegte ferromagnetische Körper, die das Magnetfeld verzerren (z. B. vorbeifahrende Autos).
- Antropogene Magnetfelder, etwa durch elektrische Maschinen, Überlandleitungen, Radiowellen.
- Induktion in bewegten elektrisch leitenden Körpern.

Die Größe der Störfelder ist durchaus in der Größenordnung des zu messenden Signals aus dem Boden (einige nT), zum Teil, wie im Falle des Erdmagnetfeldes (50  $\mu$ T), sogar einige Größenordnungen größer.

Die bevorzugte Ausprägung des Verfahrens zur Kompensation dieser Störfelder liegt in der Verwendung von Lock-In-Technik. Der für die Untersuchung verwendete Strom wird mit einer festen Frequenz durch den Untersuchungsbe-  
reich geleitet. Die Messung des Magnetfeldes wird auf diese Frequenz eingeloggt, das heißt, es wird nur der Teil des Signals vermessen, der dieselbe Frequenz wie der Untersuchungsstrom aufweist. Auf diese Weise läßt sich das unter-



suchte Signal um einige Größenordnungen vom Untergrund abheben. Ein typischer Wert für die Seitenbandunterdrückung (Dämpfung des Signals bei halber/doppelter Frequenz) liegt bei 24 dB.

Man kann davon ausgehen, daß alle nicht durch den Untersuchungsstrom hervorgerufenen Magnetfelder durch diese Methode herausgefiltert werden.

Dabei kann die Lock-In-Technik zur Bestimmung von imaginären Leitfähigkeitsfeldern herangezogen werden. Denn durch die Variation der Frequenz des verwendeten Stromes können die kapazitiv und induktiv hervorgerufenen imaginären Leitfähigkeiten voneinander getrennt werden. Diese Trennung der imaginären Widerstände ermöglicht Aussagen über die Porenstruktur und die innere Oberfläche des Untergrundes. Der Effekt beruht dabei im wesentlichen auf Polarisation, einerseits für sehr gut leitende Inhomogenitäten durch die Polarisation des ionenleitenden Fluids und andererseits für schlecht leitende Bereiche durch die Polarisation der Körner. Durch die Polarisation wird ein elektrisches Feld aufgebaut, in dem Energie gespeichert ist, die dann zeitverzögert wieder abgegeben wird. Diese Zeitverzögerung läßt sich einerseits aus der Abklingkurve beim Abschalten bestimmen oder auch aus der Phasenverschiebung, wenn mit Wechselstrom gearbeitet wird. Letztendlich handelt es sich hierbei um den kapazitiven Widerstand als Teil des komplexen Widerstandes, für den ebenfalls die räumliche Verteilung bestimmt werden kann. Die Interpretation dieser Information erstreckt sich vor allem auf das Auffinden von Grenzflächen unterschiedlicher Art der elektrischen Leitfähigkeit (elektronisch, ionisch, durch Polarisation). Im Sinne geologischer oder transportrelevanter Parameter könnte man etwa auf Tone schließen, da besonders kleine Körner eine hohe Kapazität hervorrufen, analog zum Plattenkondensator, wo die Kapazität reziprok vom Abstand der Platten abhängt. Das Auftreten elektronischer Leitung in lokalisierten Bereichen, also das Vorhandensein von Metallen, oder auch das Auffinden schlecht leitender, polarisierbarer Flüssigkeiten ist ebenfalls möglich.

Die gemessene Magnetfeldstärkeverteilung kann allerdings nicht ausschließlich auf die Stromverteilung im Untersuchungsbereich im Untergrund zurückgeführt werden. Vor allem zwei Magnetfelder unterschiedlichen Ursprungs müssen bei der Auswertung der Meßergebnisse berücksichtigt werden. Zum einen wird durch den in den Zuleitungen in den Elektroden fließenden Strom ein Magnetfeld erzeugt, und zum anderen sind die sekundären magnetischen Antworten, im wesentlichen durch Ferromagnetika, auf das erzeugte Magnetfeld zu beachten.

Die aus der Geophysik schon länger bekannte Methode, durch induktive Anregung von Wirbelströmen im Untergrund die Verteilung der elektrischen Leitfähigkeit zu ermitteln, kann in vorteilhafter Weise mit dem vorliegenden Verfahren kombiniert werden, um weiterhin die Aussagefähigkeit der gemessenen Daten zu erhöhen. Denn die Aufnahme des Antwortsignals aus dem Untergrund kann mit dem gleichen Sensoraufbau wie bei dem zuvor beschriebenen Verfahren durchgeführt werden. Dadurch lassen sich die beiden Verfahren leicht kombinieren, indem lediglich beide Anregungsmöglichkeiten installiert werden. Die Reaktion des Untergrundes auf die verschiedenen Anregungen ist jeweils unterschiedlich, so daß durch die Kombination der Verfahren unabhängige Informationen gewonnen werden können.

Durch das induktive Verfahren werden lokale Wirbelströme im Untergrund induziert. Diese bilden magnetische Dipole mit kurzer Dipollänge (bezogen auf den Abstand der Sensoren). Für ein Dipolfeld fällt die Feldstärke mit der dritten Potenz in Abhängigkeit von der Entfernung ab.

Bei der Messung mit direkt eingelegtem Strom ist die

Entfernung des Sensors mitunter kleiner als die Länge eines Stromfadens (bzw. in der gleichen Größenordnung). Man kann das magnetische Feld dann nahezu als zylindersymmetrisch ansehen. Dafür fällt die Feldstärke mit der ersten Potenz in Abhängigkeit von der Entfernung ab.

Wenn man also abwechselnd mit der beiden Anregungsmethoden mißt und sukzessive den vertikalen Abstand der Abtastung des Magnetfeldes ändert, läßt sich aus dem unterschiedlichen Intensitätsverlauf der Tiefenkontrast der Untersuchung verbessern.

Eine weitere Variation dieser Anordnung liegt darin, auch die anregende Induktionsspule in unterschiedlichen Höhen über dem Untersuchungsfeld anzubringen. Dabei ist einerseits ein Modus denkbar, bei dem die Abtastung entsprechend in der Höhe mitwandert oder aber unabhängig in verschiedenen oder einer konstanten Höhe durchgeführt wird.

Bei einer weiteren bevorzugten Ausgestaltung der vorliegenden Erfindung wird dem Untergrund in dem Untersuchungsbereich eine Flüssigkeit mit erhöhter elektrischer Leitfähigkeit, insbesondere eine Salzlösung, zugeführt, um deren Transport und Verdünnung zeitlich verfolgen zu können. Dieses geschieht vor allem im Hinblick auf den Stofftransport im Untergrund. In dieser Weise sollen bevorzugte Fließwege aufgespürt werden und ihre Bedeutung für den Transport in Böden und Grundwasserleitern untersucht werden.

Generell kann das Verfahren zur Untersuchung der räumlichen Struktur elektrischer Leitfähigkeiten von Objekten, die mit elektrischem Strom beaufschlagt werden können, eingesetzt werden.

- Ermittlung der Konzentration gelöster Substanzen in Böden und Grundwasserleitern aus der Leitfähigkeitsverteilung.
- Beobachtung chemischer Prozesse durch Messung der zeitlichen und räumlichen Variationen der Leitfähigkeitsverteilung (z. B. Fällungsreaktionen).
- Aufspüren und Untersuchen von elektrischen Anomalien (metallischer Körper, Erze, Leitungen, Blindgänger, archäologischer Objekte, ...).
- Erkundung und Monitoring bevorzugter Fließ- und Transportwege in porösen Medien (z. B. Böden, Aquifere, Kluftgesteine, Laboranordnungen).
- Verlagerung von Agrochemikalien.
- Unterstützung des Katastrophenmanagements bei Industrieunfällen.
- Gefährdungsabschätzung für Industriestandorte.
- Monitoring bei Labor- und Freilandversuchsfeldern zur Untersuchung von Transportvorgängen in porösen Medien.
- Bestimmung von Partikel- oder kolloidalen Transport.
- Aufspüren und Untersuchen von besonders schlecht leitenden Flüssigkeiten in Böden und Grundwasserleitern (durch die Verdrängung des Wasserfilms auf den Körnern), etwa:
  - Schadstoffbahnen (Öle, PAKs)
  - Sanierung von Böden
  - Monitoring von Deponien auf Undichtigkeiten
- Monitoring von Deichen auf Durchweichung.
- Erkundung von wassertragenden oder wasserführenden Schichten in ariden oder semiariden Gebieten.
- Erkundung von Salz-Süßwasserfronten im Untergrund, in Flußsystemen oder in Agroökosystemen.

Das oben aufgezeigte technische Problem, wird erfindungsgemäß auch durch eine Vorrichtung nach Anspruch 16 zur Durchführung des Verfahrens zur oberflächennahen De-





tektion von Leitfähigkeitsverteilungen in einem Untergrund gelöst. In den abhängigen Vorrichtungsansprüchen sind eine Reihe von spezifischen Merkmalen aufgeführt, die im einzelnen anhand von Ausführungsbeispielen, die in der Zeichnung dargestellt sind, erläutert werden. In der Zeichnung zeigt

Fig. 1 ein erstes Ausführungsbeispiel der erfindungsgemäßen Vorrichtung mit zwei plattenförmigen Elektroden, die in einem vorgegebenen Abstand zueinander angeordnet sind, in einer schematischen Darstellung,

Fig. 2 ein zweites Ausführungsbeispiel einer erfindungsgemäßen Vorrichtung, bei der vier stabförmige Elektroden im Untergrund angeordnet sind, in einer schematischen Darstellung,

Fig. 3 ein drittes Ausführungsbeispiel einer erfindungsgemäßen Vorrichtung, bei der die Elektroden in Bohrlöchern angeordnet sind, in einer schematischen Darstellung, und zeigen

Fig. 4-7 weitere Ausführungsbeispiele mit unterschiedlichen Elektrodenanordnungen und -ausgestaltungen.

In Fig. 1 ist ein erstes Ausführungsbeispiel einer erfindungsgemäßen Vorrichtung dargestellt, die einen Generator 2 zum Erzeugen einer Wechselspannung, eine Elektrodenanordnung mit zwei Elektroden 4, die plattenförmig ausgebildet sind und mit einem Untergrund 6 in Kontakt stehen, und Zuleitungen 8 aufweist, die die Elektroden 4 mit dem Generator 2 verbinden und somit einen Stromkreis herstellen. Weiterhin weist die Vorrichtung eine Mehrzahl von Magnetfeldsensoren 10 zur Messung der Magnetfeldstärkeverteilung innerhalb eines Untersuchungsbereiches 12 auf, der in Fig. 1 mit einer gestrichelten Linie dargestellt ist.

Bei dem in Fig. 1 dargestellten Ausführungsbeispiel, das insbesondere für Laboranordnungen geeignet ist, sind die Elektroden so angeordnet, daß sie wie bei einem Platten-Kondensator ein homogenes elektrisches Feld erzeugen. Bei einer solchen Anordnung läßt sich erstens sehr einfach von den Magnetfeldern auf die Stromverteilung schließen, da die Stromfäden in guter Näherung senkrecht zu den Elektroden verlaufen und zweitens unmittelbar die Leitfähigkeitsverteilung abschätzen, da das elektrische Feld nahezu homogen ist. Mit numerischen Methoden können diese Abschätzungen noch verbessert werden.

Bei dem in Fig. 2 dargestellten zweiten Ausführungsbeispiel, das insbesondere für eine Anordnung im freien Gelände geeignet ist, sind zwei Paare von stabförmigen Elektroden 14 bzw. 16 im Untergrund 6 angeordnet, so daß sich eine gekreuzte Elektrodenanordnung ergibt. Der von dem Generator 2 erzeugte Wechselstrom fließt bei zwei aufeinanderfolgenden Meßbreiten einmal zwischen den Elektroden 14 und ein anderes Mal zwischen den Elektroden 16. Zusätzlich lassen sich die Elektroden 14 und 16 zu zwei unterschiedlichen Quadropolen zusammenschalten, woraus weitere unabhängige Informationen gewonnen werden können. Für jede Ausrichtung des zwischen den Elektroden 14 und/oder 16 fließenden Wechselstromes wird die Magnetfeldstärkeverteilung mit Hilfe der Magnetfeldsensoren 10 gemessen.

In Fig. 3 ist ein drittes Ausführungsbeispiel einer erfindungsgemäßen Vorrichtung dargestellt, wobei - in perspektivischer Darstellung - insgesamt vier Bohrlöcher 18 dargestellt sind, in denen jeweils Paare von Elektroden 20 angeordnet sind. Dadurch ist es möglich, den Hauptteil des fließenden Stromes durch den möglicherweise einige Meter unterhalb der Untergrundoberfläche befindlichen Grundwasserleiter fließen zu lassen. Daher kann die Stromeinleitung über Brunnen direkt in das Wasser erfolgen. Da das Wasser selbst eine um ein bis zwei Größenordnungen größere elektrische Leitfähigkeit besitzt, als der wassergesättigte Boden

typischerweise aufweist, muß der gesamte wassergefüllte Bereich des Brunnens als Kurzschluß für den Strom angesehen werden.

Wird die Stromeinleitung in den Untergrund auf kurze Stücke in jeweils großer und geringer Tiefe begrenzt, wie in Fig. 3 dargestellt ist, läßt sich auch die vertikale Komponente der Stromfließrichtung variieren, so daß die Datenbasis der Meßwerte auch in dieser Richtung das Invertierungsproblem überbestimmt und eine vertikale Differenzierung der Leitfähigkeitsverteilung möglich wird. Erreichen läßt sich eine derartige Elektrodenanordnung, indem man die obere Elektrode an der nicht mit Grundwasser gesättigten Oberkante des Untergrundes anbringt und die untere Elektrode innerhalb eines Brunnens so positioniert, daß die Elektrode 20 nicht mit dem Wasser innerhalb des Brunnens in Kontakt steht, indem das Wasser oberhalb der Elektrode z. B. mit einem Packer herausgedrückt wird. Alternativ kann die Elektrode auch ohne Bohrung in den Untergrund gebracht (gerammt) werden, so daß sich oberhalb dieser kein wassergefüllter Hohlraum ausbildet.

Eine weitere Ausgestaltung dieser Vorrichtung, die nicht in der Zeichnung dargestellt ist, basiert darauf, daß segmentiert aufgebaute Elektroden in den Untergrund eingebracht werden, wobei durch eine entsprechende Verschaltung der verschiedenen Elektrodenbereiche unterschiedliche Stromfließrichtungen realisiert werden können.

Weiterhin besteht auch die Möglichkeit, durch unterschiedliche Wahl der Geometrien der Elektrodenanordnungen den Fokus der durchgeführten Messung des Untersuchungsbereiches zu verändern. Da sich die Stromdichteverteilung entlang der elektrischen Feldlinien im Untersuchungsbereich ausbilden, ist in Bereichen hoher Feldlinien-dichte (Fokus) die Stromdichte besonders hoch und somit auch das hiervon ausgehende Magnetfeld. Dieses erhöht den Kontrast der Messung in diesen Bereichen hoher Stromdichte. Durch eine variable Gestaltung der Geometrien der Elektrodenanordnungen können demnach verschiedene Bereiche des Untersuchungsbereiches detailliert untersucht werden.

Die verwendeten Magnetfeldsensoren 10 können in unterschiedlicher Weise ausgebildet sein. Im wesentlichen sind dabei zu nennen:

- SQUID (Superconducting Quantum Interference Device)
- Induktionspulenmagnetometer
- MR (Magneto Resistance)
- GMR (Giant Magneto Resistance)
- Optisch gepulste Magnetometer/Gradiometer
- Flux-Gate
- Proton-Präzessionsmagnetometer

Die MR/GMR Sensoren haben insbesondere den Vorteil, daß man sie zu großen Arrays zusammenfügen kann, wodurch der Meßvorgang wesentlich vereinfacht wird. Die Squids zeichnen sich vor allem durch ihre extrem hohe Empfindlichkeit aus, sind durch die erforderliche Kühlung allerdings schwer zu handhaben.

Bei einer in den Fig. 1 und 2 nicht dargestellten Ausführung wird ein einzelner Magnetfeldsensor 10 verwendet, um das magnetische Feld oberhalb des Untersuchungsbereiches abzutasten. Wie in Fig. 2 dargestellt ist, besteht auch die Möglichkeit, eine Mehrzahl von Magnetfeldsensoren 10 entlang einer Linie anzuordnen, so daß ein eindimensionales Array von Magnetfeldsensoren 10 erreicht wird. Ein solches eindimensionales Array läßt sich beispielsweise in Gestalt eines Stabes realisieren, entlang dessen die Magnetfeldsensoren 10 angeordnet sind und wobei die Magnetfeldsenso-



ren 10 zusammen mit dem Stab über den Untersuchungsbereich hin- und herbewegt werden. Dieses ist in Fig. 2 mit dem Doppelpfeil angedeutet.

Weiterhin ist es auch möglich, wie in Fig. 1 dargestellt ist, ein zweidimensionales Array aus Magnetfeldsensoren 10 zu bilden, das beispielsweise als Netz ausgeführt ist. Dieses zweidimensionale Array von Magnetfeldsensoren 10 wird auf dem Untersuchungsbereich 12 ausgebreitet, so daß anschließend ohne Lageveränderung der Magnetfeldsensoren 10 die Magnetfeldstärkeverteilung oberhalb des Untersuchungsbereiches 12 mehrfach abgetastet werden kann. Das ist insbesondere dann von Vorteil, wenn man zeitabhängige Phänomene untersucht, indem eine Flüssigkeit mit einer erhöhten elektrischen Leitfähigkeit, wie beispielsweise eine Salzlösung, auf den Untergrund 6 aufgebracht wird und das zeitliche Verhalten gemessen und analysiert wird.

Für ein genaues Vermessen der Magnetfeldstärkeverteilung ist die genaue Positionierung und Kontrolle der Ausrichtung des Magnetfeldsensors 10 bzw. der Magnetfeldsensoren 10 erforderlich. Dabei kann in bevorzugter Weise der Sensor kardanisch aufgehängt sein und in Verbindung mit einer sich schnell drehenden Scheibe in einer Richtung fixiert werden. Zum anderen kann der Magnetfeldsensor 10 mit einem Sender ausgestattet sein, der von verschiedenen fest am Rand des Untersuchungsbereiches 12 installierten Empfängern angepeilt wird, so daß die Position des Magnetfeldsensors 10 immer bekannt ist. Die Anwendung weiterer, aus dem Stand der Technik bekannter Verfahren zur Positions- und Lagebestimmung können ebenso angewendet werden.

Wie in den Fig. 1 und 2 dargestellt ist, sind die Zuleitungen 8 in besonderer Weise von dem Untersuchungsbereich 12 weggeführt angeordnet. Dieses dient dazu, die von den in den Zuleitungen 8 fließenden Strömen erzeugten Magnetfelder zu kompensieren. Dazu werden die Zuleitungen 8 zu den Elektroden 4 bzw. 14 und 16 in Richtung des zu messenden Stromes vom Untersuchungsbereich 12 weggeführt und dann in rechten Winkeln in großem Abstand zu einem Stromkreis verbunden. Für eine derart kontrollierte Anordnung der Zuleitungen 8 ist eine rechnerische Kompensation der Magnetfelder nach der Messung möglich, wenn während der Messung der in den Zuleitungen 8 fließende Strom gemessen wird. Hierzu muß zudem die induktiv angeregte Magnetfeldantwort berücksichtigt werden. Dazu sind in bevorzugter Weise die Zuleitungen 8 zumindest teilweise als Koaxialkabel 9 ausgebildet, so daß die erzeugten Magnetfelder zumindest teilweise abgeschirmt werden. Dadurch läßt sich der Standort des Generators beliebig, auch innerhalb des Untersuchungsbereiches wählen, s. Fig. 4. Weiterhin ist auch eine Abschirmung aus  $\mu$ -Metall möglich.

Ebenso ist eine magnetische Abschirmung der Zuleitungen 8 mittels eines Supraleiters möglich, jedoch wird dadurch der technische Aufwand insbesondere bei Freilanduntersuchungen vergrößert.

Weitere Ausgestaltungen der Zuleitungen sind in den Fig. 5 bis 7 dargestellt.

Fig. 5 zeigt ein Ausführungsbeispiel, bei dem die Zuleitung zu den Elektroden über Koaxialkabel 9 und ein Gitternetz 22 vorgenommen wird. Durch das Koaxialkabel 9 fließen gleiche Ströme in entgegengesetzter Richtung, so daß sich um das Kabel 9 die resultierenden Magnetfelder kompensieren. Beim Einsatz eines Gitternetzes 22 sind die Stromdichten durch die Zuleitung und dadurch die resultierenden Störfelder kleiner als bei einem einzelnen dünnen Leiter geringer. Außerdem läßt sich das Gitternetz 22 so auslegen, daß durch das Zuleitungsmagnetfeld die Feldverteilung eines ideal homogenen Untergrundes gerade kompensiert würde. Im realistischen Fall eines heterogenen Un-

tergrundes werden also die Kontraste hervorgehoben. Statt eines Gitternetzes kann auch eine kaschierte Leiterplatte eingesetzt werden.

Fig. 6 zeigt ein Ausführungsbeispiel, bei dem die beiden Elektrodenströme zusammen über parallele Kabel oder ein Koaxialkabel 9 transportiert werden, so daß sich kein Störsignal ergibt. Daher ist es möglich, eine Elektrode 16 mit dem Generator 2 zu verbinden, ohne Störsignale zu erzeugen. Das Kabel muß aber anschließend über die Leitung 8 mit der zweiten Elektrode 16 verbunden werden, wobei hier nur eine Richtung ein Strom fließt, und damit ein störendes Magnetfeld erzeugt.

Bei dem in Fig. 7 dargestellten Ausführungsbeispiel wird auch dieses Magnetfeld kompensiert, indem parallel zur Zuleitung 8 eine weitere Leitung 24 verlegt wird, über die ein zweiter Generator 26 mit einem gegenphasigen Wechselstrom einen Kondensator 28 am Ort der zweiten Elektrode 18 auf- bzw. entlädt. Die resultierenden Felder der Zuleitungen 8 und 24 heben sich dadurch gegenseitig auf. Damit der Kompensationsstrom durch die Zuleitung 24 ständig mit entgegengesetzter Phase, aber gleicher Amplitude fließt wie durch Leitung 8, wird der Generator 26 über ein Strommeßgerät 30 mit dem Signal aus der Zuleitung 8 getriggert. Um eine möglichst vollständige Kompensation zu erreichen, werden die Zuleitungen 8 und 24 in einem Koaxialkabel zusammengefaßt.

Sind weiterhin die Magnetfeldsensoren 10 in einem zweidimensionalen Array netzartig angeordnet, so kann das Netz gleichzeitig zur Messung des Stromes, der das Netz an den jeweiligen Stellen durchfließt, verwendet werden. Dadurch wird eine sehr genaue Kompensation der Zuleitungsfelder möglich. An das zuvor beschriebene Netz läßt sich zudem eine Vorrichtung zur Messung des elektrischen Potentials, das durch den Stromfluß im Untergrund 6 an der Oberfläche des Untersuchungsbereiches 12 hervorgerufen wird, anbringen.

Bereits oben wurde darauf hingewiesen, daß das von dem zugeleiteten Wechselstrom im Untergrund hervorgerufene Magnetfeld zudem durch möglicherweise vorhandene ferromagnetische Materialien beeinflusst wird. Denn es können Suszeptibilitäten in der Größenordnung von  $10^4$  in reinen Ferromagneten auftreten. Daher wird das magnetische Signal der Stromverteilung also von dem Magnetfeld lokalisierter Dipole überlagert, wenn ferromagnetische Materialien im Untergrund enthalten sind. Für eine Kompensation, bzw. eine Untersuchung, der lokalisierten ferromagnetischen Einlagerungen lassen sich im wesentlichen drei Konzepte angeben:

#### 1. Induktive Anregung

Durch eine Leiterschleife, die auf dem Erdboden um das Untersuchungsgebiet gelegt wird, wird ein Magnetfeld in den Untergrund eingekoppelt, das von den ferromagnetischen Bereichen verstärkt wird. Die Magnetfeldverteilung wird in der gleichen Weise wie bei der eigentlichen Messung gemessen. Die Lock-In-Technik kann auch hier angewendet werden. Dabei sind niedrige Frequenzen im Bereich kleiner als 1 Hz zu wählen, um die Anregung von Wirbelströmen im Untergrund gering zu halten. Dadurch, daß praktisch keine Ströme fließen, wird auf diese Weise die Verteilung ferromagnetischer Bereiche im Untergrund bestimmt, die anschließend bei der Messung mit Wechselstrom herausgerechnet werden kann.

Bei der einfachsten Beschaltung (Zuleitungen zu den Stromeinleitungselektroden) auf dem Feld, ist durch die Zuleitungen bereits eine solche Leiterschleife gegeben (s. Fig. 1 und 2). In diesem Fall geht man so vor,



daß mit zunächst oberirdisch kurzgeschlossenen Stromleitелеktroden die induktive Messung durchgeführt wird, um danach die Strommessung durchzuführen.

2. Da es sich bei den ferromagnetischen Bereichen um induktive Leitfähigkeiten bzw. Widerstände handelt, bewirken diese eine frequenzabhängige Phasenverschiebung des Meßsignals an dieser Stelle. Die Frequenzabhängigkeit ist umgekehrt zu derjenigen des kapazitiv bedingten imaginären Widerstandes, so daß diese beiden möglichen Quellen von Phasenverschiebungen durch Frequenzvariation getrennt werden können (kapazitiver Widerstand sinkt mit der Frequenz:  $1/i\omega C$ , induktiver Widerstand steigt mit der Frequenz  $i\omega L$ ).

3. Eine dritte Möglichkeit der Kompensation erwächst aus der Tatsache, daß es sich bei den Einlagerungen im wesentlichen um lokalisierte Bereiche handelt, die entsprechend ein Dipolfeld mit kurzer Dipollänge erzeugen. Verglichen mit der durch den Stromfluß hervorgerufenen Feldverteilung ist also mit viel höheren Feldkrümmungen zu rechnen. Durch die rechnerische Anpassung von Dipolfeldern an entsprechende Bereiche der gemessenen Werte können die Einflüsse ferromagnetischer Bereiche dann aus dem Signal der Magnetfeldverteilung herausgerechnet werden, bevor die Inversion durchgeführt wird.

#### Patentansprüche

1. Verfahren zur oberflächennahen Detektion von Stromdichteverteilungen in einem Untergrund,

- bei dem mindestens zwei Elektroden von mindestens einer Elektrodenanordnung mit dem Untergrund in Kontakt gebracht werden,
- bei dem über elektrische Zuleitungen eine elektrische Wechselspannung an den Elektroden angelegt wird,
- bei dem sich im Untergrund aufgrund der Leitfähigkeitsverteilung eine Stromdichteverteilung ausbreitet,
- bei dem die Magnetfeldstärkeverteilung, die durch die im Untergrund fließende Stromdichteverteilung erzeugt wird, mit Hilfe mindestens eines Magnetfeldsensors an einer Mehrzahl von Orten innerhalb eines Untersuchungsbereiches gemessen wird, und
- bei dem die gemessene Magnetfeldstärkeverteilung mittels einer inversen Faltung mit dem Gesetz von Biot-Savart in eine Stromdichteverteilung umgerechnet wird.

2. Verfahren nach Anspruch 1, bei dem aus der berechneten Stromdichteverteilung die Leitfähigkeitsverteilung im Untergrund berechnet wird.

3. Verfahren nach Anspruch 2, bei dem die Leitfähigkeitsverteilung unter Zuhilfenahme einer angenommenen Verteilung des elektrischen Feldes im Untergrund berechnet wird.

4. Verfahren nach Anspruch 3, bei dem während der Messung der Magnetfeldstärkeverteilung gleichzeitig die elektrische Potentialverteilung an der Oberfläche des Untergrundes gemessen wird.

5. Verfahren nach Anspruch 2, bei dem für mindestens zwei verschiedene Elektrodenanordnungen die Messung der Verteilung der Magnetfeldstärke durchgeführt wird, wobei die Hauptausrichtungen der Stromdichteverteilungen für jeweils zwei Elektrodenanordnungen

unter einem vorgegebenen Winkel, vorzugsweise von 90°, zueinander verlaufen, und daß aus der berechneten Stromdichteverteilung direkt die Leitfähigkeitsverteilung berechnet wird.

6. Verfahren nach einem der Ansprüche 1 bis 5, bei dem die Magnetfeldstärke außerhalb des Untergrundes gemessen wird.

7. Verfahren nach Anspruch 6, bei dem die Magnetfeldstärke in verschiedenen Höhen oberhalb des Untergrundes gemessen wird.

8. Verfahren nach einem der Ansprüche 1 bis 7, bei dem die Magnetfeldstärkeverteilung innerhalb des Untergrundes, vorzugsweise in Bohrlöchern, gemessen wird.

9. Verfahren nach einem der Ansprüche 1 bis 8, bei dem als Untergrund eine Laboranordnung verwendet wird und die Magnetfeldstärkeverteilung über und/oder seitlich neben und/oder unterhalb der Laboranordnung gemessen wird.

10. Verfahren nach einem der Ansprüche 1 bis 8, bei dem als Untergrund ein zu überprüfender Werkstoff verwendet wird.

11. Verfahren nach einem der Ansprüche 1 bis 10, bei dem mittels Lock-In-Technik, die mit der Frequenz der Wechselspannung ausgeführt wird, die Magnetfeldstärke gemessen wird, und insbesondere bei dem die räumliche Verteilung der Phasenlage zwischen ausgeprägter Spannung und gemessenem Magnetfeld ausgewertet und ein räumliches Bild der Polarisierbarkeit des Untergrundes ermittelt wird.

12. Verfahren nach Anspruch 11, bei dem die Messung der Magnetfeldstärke mit der Lock-In-Technik zu unterschiedlichen Frequenzen der angelegten Wechselspannung durchgeführt wird.

13. Verfahren nach einem der Ansprüche 1 bis 12, bei dem die durch den in den elektrischen Zuleitungen fließenden Strom hervorgerufenen Störfelder bestimmt und von den gemessenen Magnetfeldstärken abgezogen werden.

14. Verfahren nach einem der Ansprüche 1 bis 13, bei dem die durch ferromagnetische Elemente im Untergrund induzierten Störfelder bestimmt und von den gemessenen Magnetfeldstärken abgezogen werden.

15. Verfahren nach einem der Ansprüche 1 bis 14, bei dem mit Hilfe einer das Untersuchungsgebiet zumindest teilweise umfassenden Leiterschleife ein Magnetfeld im Untergrund induziert wird und bei dem bei verschiedenen Abständen der Leiterschleife und/oder des mindestens einen Magnetfeldsensors vom Untergrund das induzierte Antwortsignal gemessen wird.

16. Verfahren nach einem der Ansprüche 1 bis 14, bei dem eine Flüssigkeit mit erhöhter elektrischer Leitfähigkeit, insbesondere eine Salzlösung, dem Untergrund zugeführt wird.

17. Verfahren nach Anspruch 16, bei dem zu unterschiedlichen Zeitpunkten vor und/oder nach dem Einleiten der Flüssigkeit die Leitfähigkeitsverteilung im Untergrund bestimmt wird und die Differenzen der verschiedenen Leitfähigkeitsverteilungen berechnet werden.

18. Verfahren nach Anspruch 17, bei dem aus der Erhöhung der Leitfähigkeit die Konzentration eines Elektrolyten im Untergrund bestimmt wird.

19. Vorrichtung zur Durchführung des Verfahrens zur oberflächennahen Detektion von Stromdichteverteilungen in einem Untergrund, insbesondere nach einem der Ansprüche 1 bis 18,

- mit einem Generator (2) zum Erzeugen einer

Elektrode

Wechselspannung

Stromdichteverteilung erzeugt

Magnetfeldstärkeverteilung

Sensor, Spule oder Magnetfeldsensor

HGFSV zu SDV

SDV zu Leitfähigkeitsverteilung



Wechselspannung,

- mit mindestens einer Elektrodenanordnung mit mindestens zwei Elektroden (4, 14, 16, 20), die mit dem Untergrund (6) in Kontakt stehen,
- mit Zuleitungen (8), die die Elektroden (4, 14, 16, 20) mit dem Generator (2) verbinden, und
- mit mindestens einem Magnetfeldsensor (10) zur Messung der Magnetfeldstärkeverteilung innerhalb eines Untersuchungsbereiches (12)

dadurch gekennzeichnet, daß ein Lock-In-Verstärker 10 zur Auswertung des Meßsignals vorgesehen ist.

20. Vorrichtung nach Anspruch 19, dadurch gekennzeichnet, daß die Zuleitungen (8) zu den Elektroden (4, 14, 16, 20) in der Richtung des zu messenden Stromes vom Untersuchungsbereich (12) weggeführt und mit einem vorgegebenen Abstand zu dem Untersuchungsbereich (12) in vorgegebenen Winkeln, vorzugsweise in rechten Winkeln, zu einem Stromkreis mit dem Generator (2) verbunden sind.

21. Vorrichtung nach Anspruch 19 oder 20, dadurch gekennzeichnet, daß die Zuleitungen (8) zumindest teilweise als Koaxialkabel (9) ausgeführt sind.

22. Vorrichtung nach einem der Ansprüche 19 bis 21, dadurch gekennzeichnet, daß die Elektroden (14, 16) über ein Gitternetz (22) oder eine kaschierte Leiterplatte mit den Zuleitungen (8, 9) verbunden sind.

23. Vorrichtung nach einem der Ansprüche 19 bis 22, dadurch gekennzeichnet, daß die Elektrodenanordnung zwei flächige, plattenförmige Elektroden (4) in einem vorgegebenen Abstand, vorzugsweise parallel zueinander ausgerichtet, aufweist.

24. Vorrichtung nach einem der Ansprüche 19 bis 22, dadurch gekennzeichnet, daß die Elektrodenanordnung zwei stabförmige Elektroden (14, 16) mit einem vorgegebenen Abstand aufweist.

25. Vorrichtung nach einem der Ansprüche 19 bis 22, dadurch gekennzeichnet, daß die Elektroden (20) in Bohrlöchern (18) in den Untergrund (6) eingebracht sind.

26. Vorrichtung nach Anspruch 25, dadurch gekennzeichnet, daß die Elektroden (20) in unterschiedlichen Höhen innerhalb der Bohrlöcher (18) mit dem Untergrund (6) in Kontakt stehen.

27. Vorrichtung nach einem der Ansprüche 19 bis 26, dadurch gekennzeichnet, daß ein einzelner Magnetfeldsensor (10) zu einer Mehrzahl von Meßstellen bewegbar angeordnet ist.

28. Vorrichtung nach einem der Ansprüche 19 bis 26, dadurch gekennzeichnet, daß eine Mehrzahl von Magnetfeldsensoren (10) entlang einer Linie angeordnet sind und die Magnetfeldstärke an einer Mehrzahl von Orten entlang einer Linie messen.

29. Vorrichtung nach einem der Ansprüche 19 bis 26, dadurch gekennzeichnet, daß eine Mehrzahl von Magnetfeldsensoren (10) entlang einer Fläche verteilt angeordnet sind und die Magnetfeldstärke an einer Mehrzahl von Orten auf der Fläche messen.

Hierzu 5 Seite(n) Zeichnungen

60

- a) Generator erzeugt Wechselspannung  
b) Minid. Elektrode

Zuleitung von a) nach b)

c) + MF Sensor

ggd Lock-In Verstärker zur Messung d. HF

65





- Leerseite -



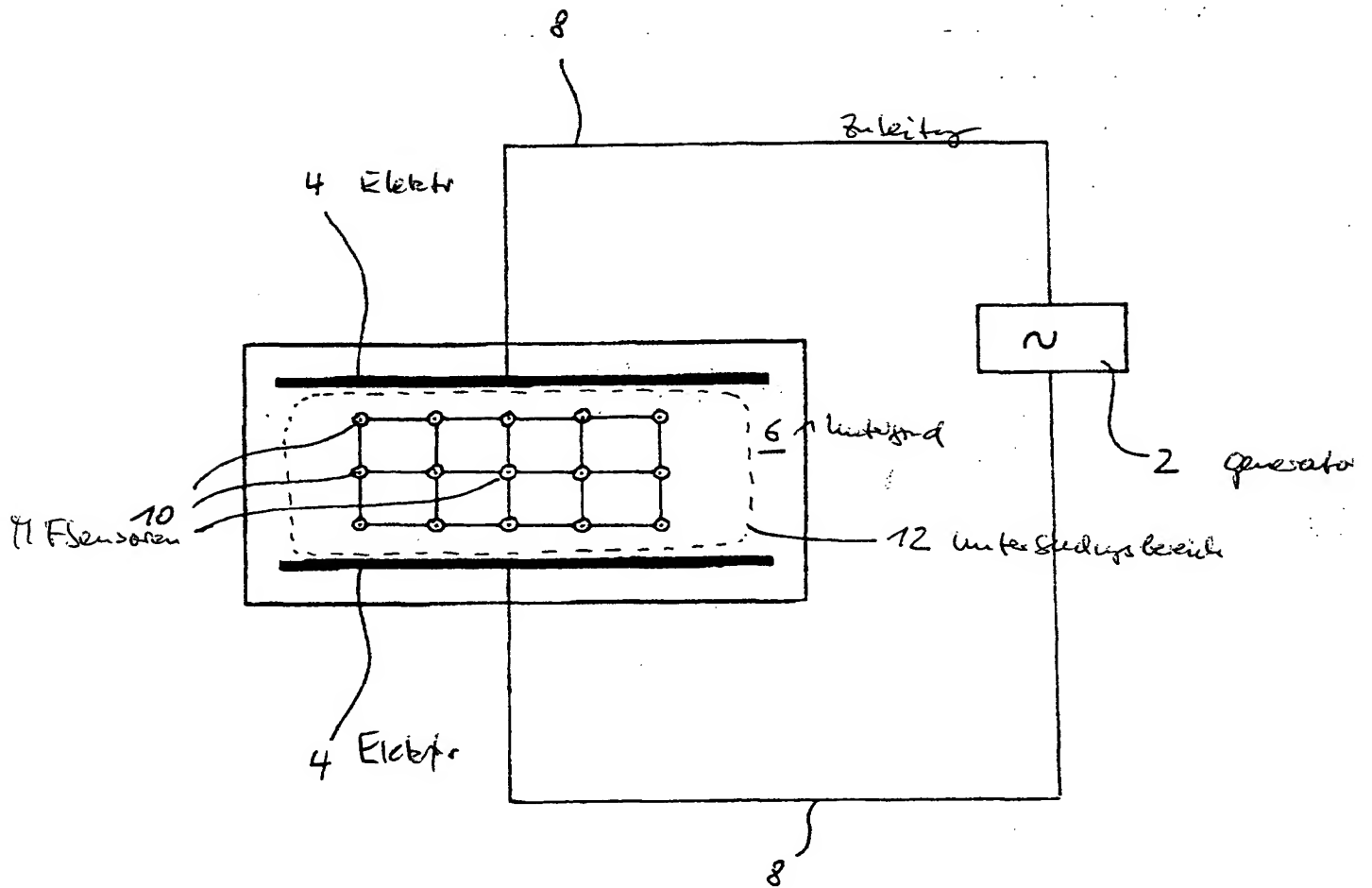


Fig. 1



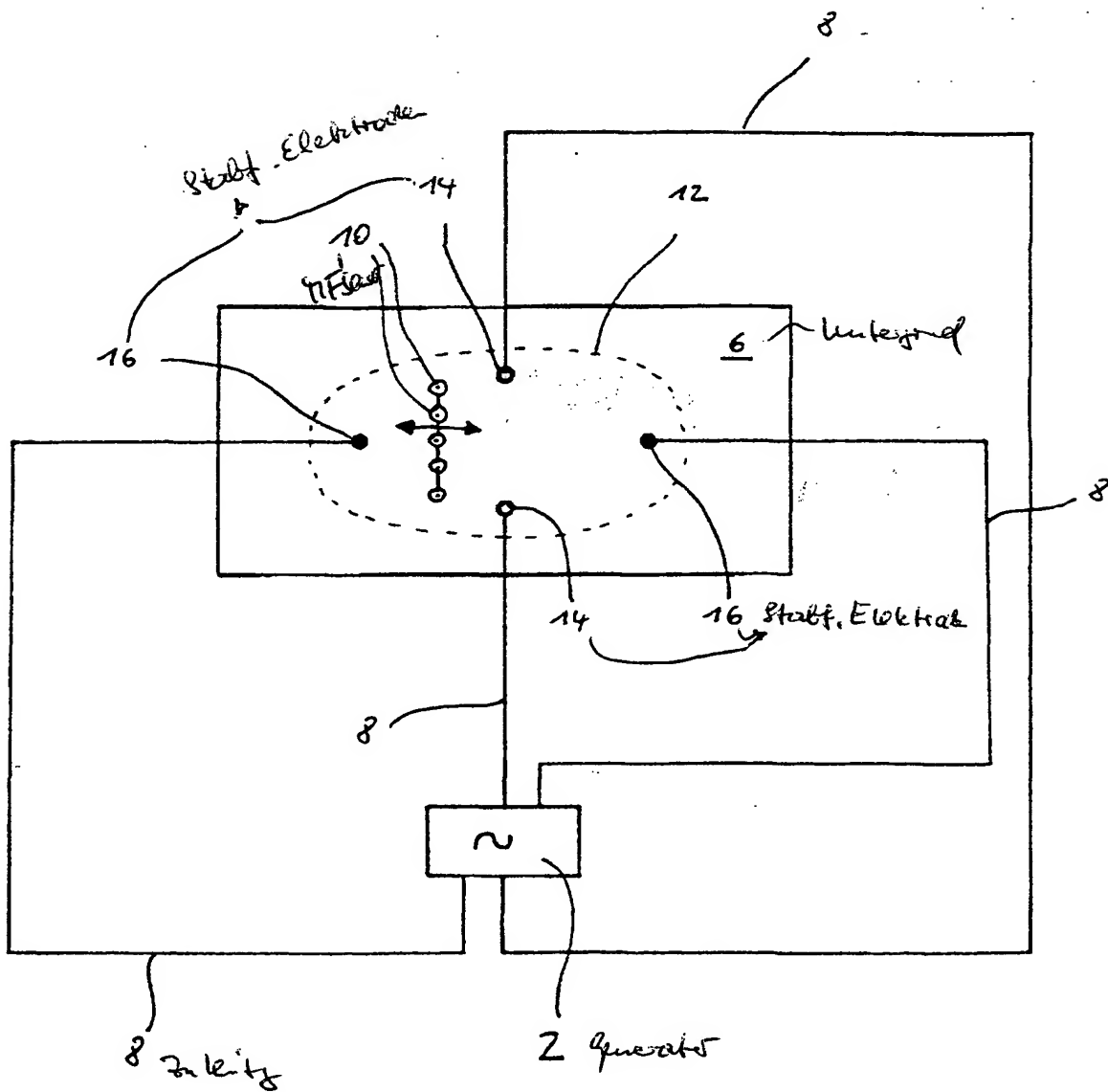


Fig. 2



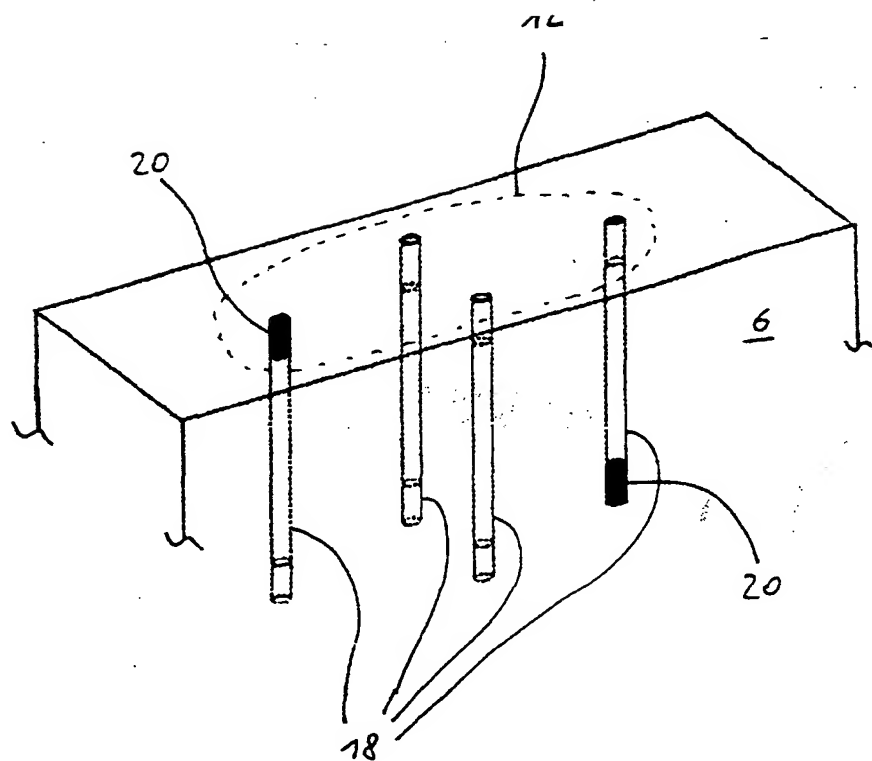
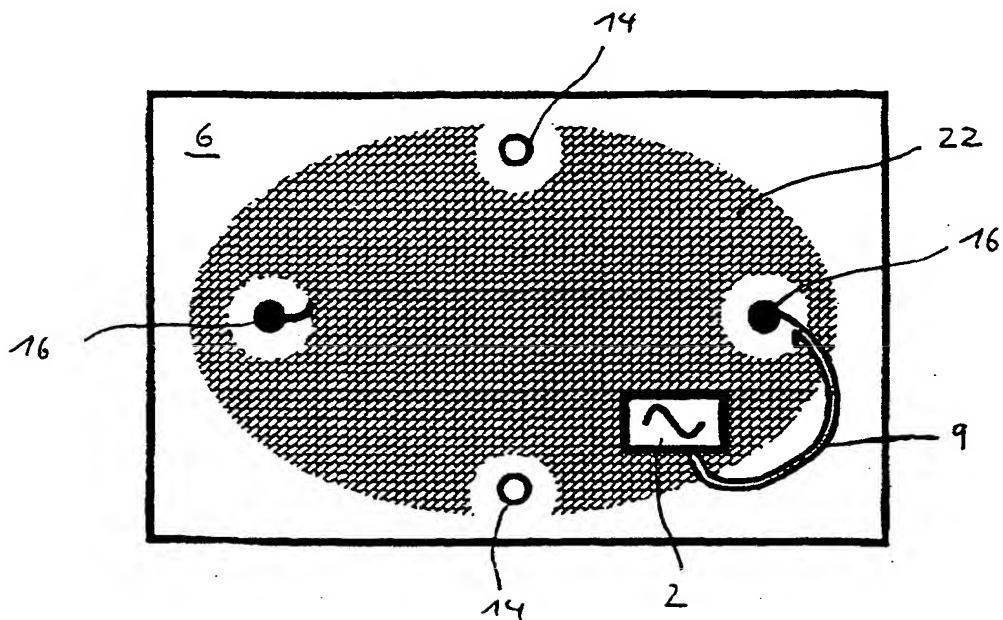
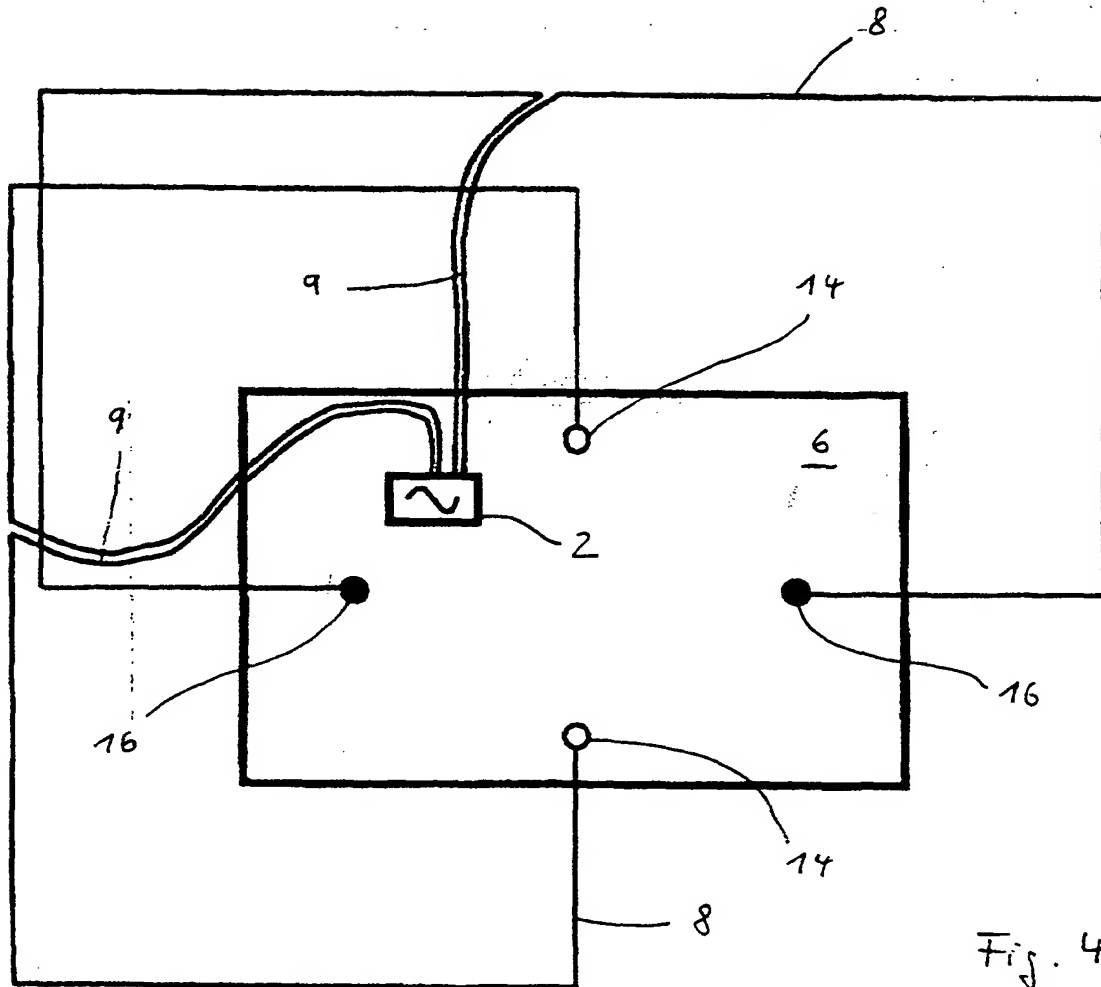


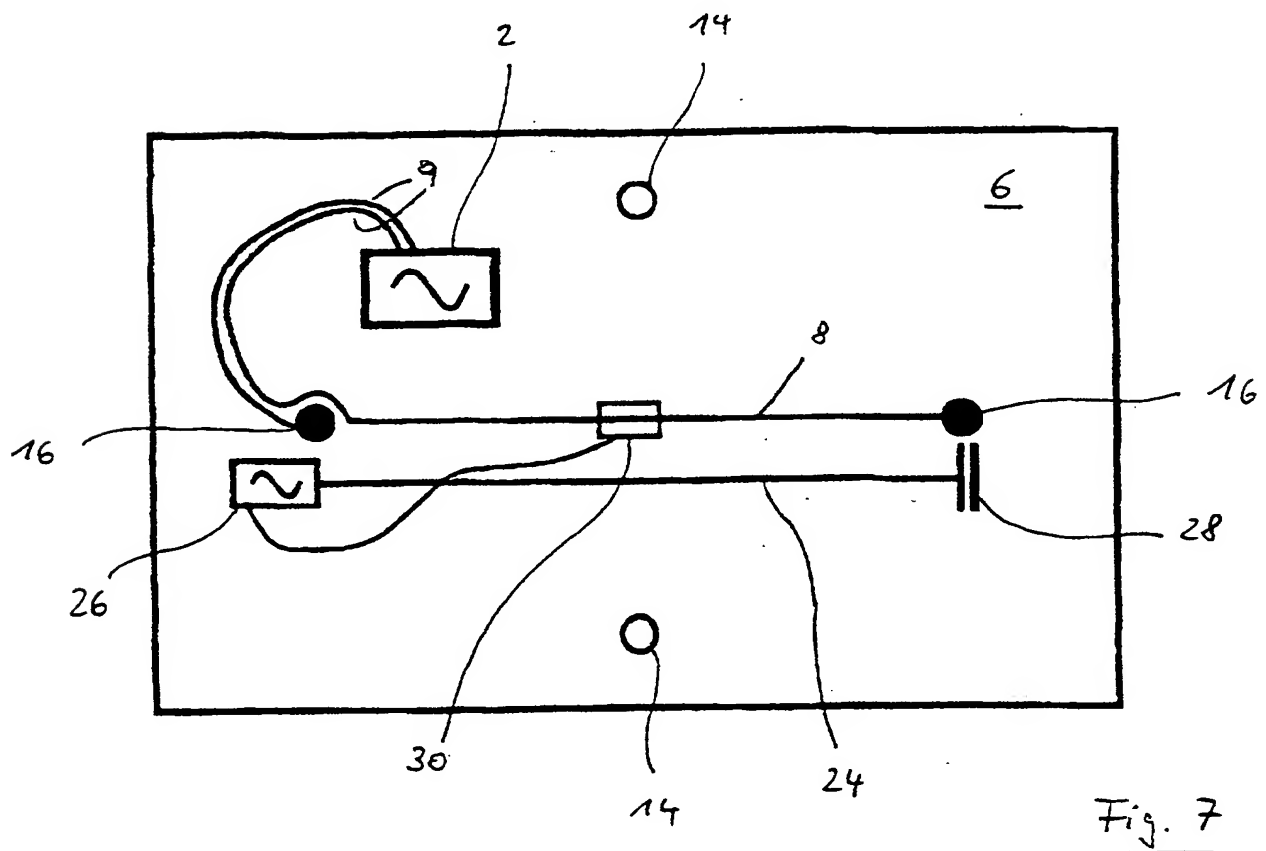
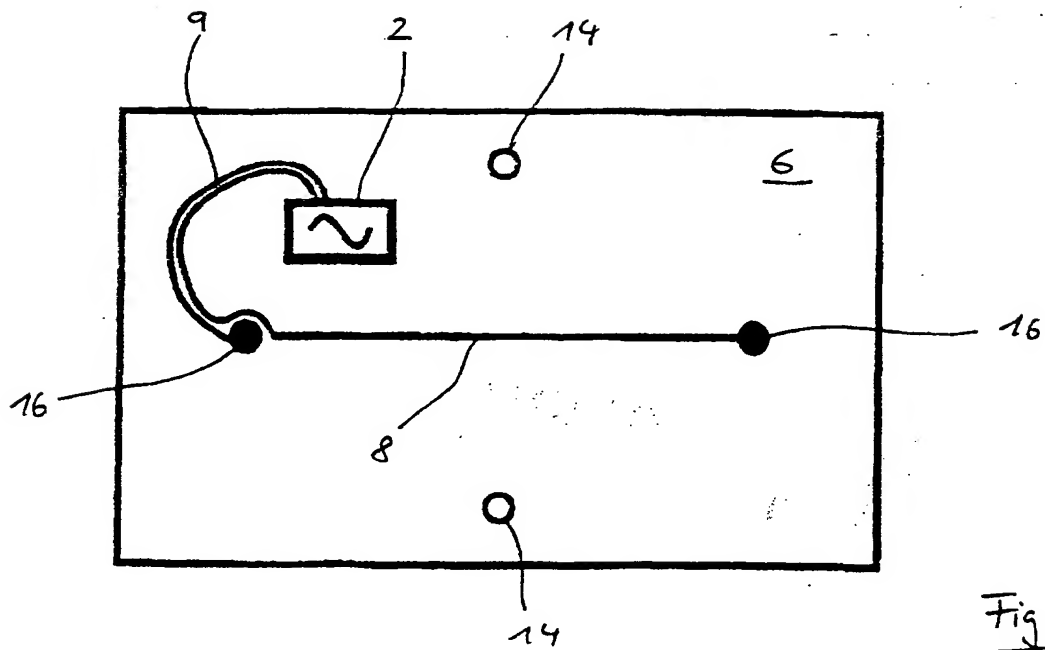
Fig. 3













# Electrical Impedance Tomography

Margaret Cheney<sup>†</sup>  
David Isaacson<sup>†</sup>  
Jonathan C. Newell<sup>†</sup>

**Abstract.** This paper surveys some of the work our group has done in electrical impedance tomography.

**Key words.** electrical impedance tomography, pulmonary embolus, inverse boundary value problem

**AMS subject classifications.** 35R30, 35J25, 92C55, 78A30

**PII.** S0036144598333613

**1. Introduction.** There are a variety of medical problems for which it would be useful to know the time-varying distribution of electrical properties inside the body.

By “electrical properties,” we mean specifically the electric conductivity and permittivity. The electric conductivity is a measure of the ease with which a material conducts electricity; the electric permittivity is a measure of how readily the charges within a material separate under an imposed electric field. High-conductivity materials allow the passage of both direct and alternating currents; high-permittivity materials allow the passage of only alternating currents. Both of these properties are of interest in medical applications, because different tissues have different conductivities and permittivities.

One medical problem for which knowledge of internal electrical properties would be useful is the detection of pulmonary emboli, or blood clots in the lungs. The development of pulmonary emboli is a common, and often serious, complication of surgery. Unfortunately, at present the diagnosis is rather involved, requiring inhalation of radioactive gas in order to determine the ventilated lung region. This is followed by injection of a radio-opaque dye or a dissolved radioactive substance into a vein to make an image of the blood circulation. The image of the circulation in the lung is compared with the image of the ventilated region; areas that are ventilated but not perfused by blood indicate the presence of emboli.

However, another way to determine the location of gas and blood within the body would be to map the internal electric conductivity and permittivity. These electrical properties are very different for air, tissue, and blood; moreover, they vary on different time scales. Thus a time-varying map of the electrical properties should show lung regions that are ventilated but not perfused by blood.

Received by the editors January 30, 1998; accepted for publication (in revised form) May 21, 1998; published electronically January 22, 1999. This work was partially supported by the National Institutes of Health, the National Science Foundation, and the Office of Naval Research.

<http://www.siam.org/journals/sirev/41-1/33361.html>

<sup>†</sup>Rensselaer Polytechnic Institute, Troy, NY 12180 (chenem@rpi.edu, isaacd@rpi.edu, newellj@rpi.edu).

Furthermore, determining the presence of pulmonary emboli from a map of the electrical properties would have a number of advantages over present techniques. It would require no exposure to X-rays or radioactive material. It could be done at the bedside, with a relatively small and inexpensive electrical system.

Information about the internal electrical properties of a body could have many other medical uses. Such information could potentially be used for the following [H]: monitoring for lung problems such as accumulating fluid or a collapsed lung, noninvasive monitoring of heart function and blood flow, monitoring for internal bleeding, screening for breast cancer, studying emptying of the stomach, studying pelvic fluid accumulation as a possible cause of pelvic pain, quantifying severity of premenstrual syndrome by determining the amount of intracellular vs. extracellular fluid, determining the boundary between dead and living tissue, measuring local internal temperature increases associated with hyperthermia treatments, and improving electrocardiograms [CF] and electroencephalograms.

A variety of nonclinical applications of electrical impedance tomography is also possible. These include imaging multiphase fluid flow [XHHB, WB], determining the location of mineral deposits in the earth [DL, P, SSS], tracing the spread of contaminants in the earth [RDLOC, RDBLR, DR], nondestructive evaluation of machine parts [ESIC], and control of industrial processes such as curing and cooking.

In order to map the electric conductivity and permittivity inside the body, our group at Rensselaer has designed and built an electronic system that applies currents through electrodes attached to the surface of the body and measures the resulting voltages. This system uses these electrical measurements to reconstruct and display approximate pictures of the electric conductivity and permittivity inside the body. This process is called electrical impedance tomography (EIT). The term "impedance" comes from circuit theory: it is the ratio of the voltage across a circuit element to the current through the element.

Below we describe the mathematical model for EIT. We use this model to describe some of the theory that gave rise to the design of the Rensselaer system, which we call the adaptive current tomography (ACT) system. Then we survey some reconstruction algorithms, focusing on the one that was used to make the images accompanying this paper.

**2. The Mathematical Model.** The electric potential  $u$  in the body is governed by the equation

$$(2.1) \quad \nabla \cdot (\sigma(x, \omega) \nabla u) = 0.$$

Here  $x$  is a point in  $\Omega$ ,  $u$  is the electric potential or voltage, and the admittivity is given by  $\sigma(x, \omega) = \sigma(x, \omega) + i\omega \epsilon(x, \omega)$ , where  $\sigma$  is the electric conductivity,  $\epsilon$  is the electric permittivity, and  $\omega$  is the angular frequency of the applied current. It is the admittivity of a block of homogeneous material that is proportional to the reciprocal of its impedance. Appendix 1 shows how (2.1) can be obtained from Maxwell's equations.

In practice, we apply currents to electrodes on the surface  $\partial\Omega$  of the body. These currents produce a current density on the surface whose inward pointing normal component is denoted by  $j$ . Thus

$$(2.2) \quad \frac{\partial u}{\partial n} = j \text{ on } \partial\Omega.$$

One possible model for EIT is (2.1) and (2.2), together with the conservation of charge condition  $\int_{\partial\Omega} j = 0$  and the condition  $\int_{\partial\Omega} u = 0$ , which amounts to choosing a "ground" or reference voltage. This model is the commonly used *continuum model*.

For the continuum model, we define the operator  $R$  by  $Rj = v$ , where  $v$  denotes the restriction of  $u$  to the boundary.

Unfortunately, the continuum model is a poor model for real experiments [CING], because we do not know the current density  $j$ . In practice, we know only the currents that are sent down wires attached to discrete electrodes, which in turn are attached to the body. One might approximate the unknown current density as a constant over each electrode (the *gap model*), but this model also turns out to be inadequate [CING].

We need to account for two main effects: the discreteness of the electrodes, and the extra conductive material (the electrodes themselves) we have added. We can do this as follows [CING, SCI].

The integral of the current density over the electrode is equal to the total current that flows to that electrode. Thus we have

$$(2.3) \quad \int_{e_l} \frac{\partial u}{\partial \nu} ds = I_l, \quad l = 1, 2, \dots, L,$$

where  $I_l$  is the current sent to the  $l$ th electrode and  $e_l$  denotes the part of  $\partial$  that corresponds to the  $l$ th electrode. This is combined with

$$(2.4) \quad \frac{\partial u}{\partial \nu} = 0 \quad \text{in the gaps between electrodes.}$$

The conventional way to model the very high conductivity of the electrodes is to impose the constraint that  $u$  is constant on each one. These constants, which we denote by  $V_l$ , are the voltages we measure. We write these constraints as

$$(2.5) \quad u = "V_l" \text{ on } e_l, \quad l = 1, 2, \dots, L,$$

where the quotes are used to remind us that the  $V_l$  are not specified in advance but are part of the solution of the forward problem. This model we call the *shunt model*.

The shunt model, unfortunately, doesn't give results that agree with experimental data either [CING]. It fails to account for an electrochemical effect that takes place at the contact between the electrode and the body. This effect is the formation of a thin, highly resistive layer between the electrode and the body. The impedance of this layer is characterized by a number  $z_l$ , which we call the effective contact impedance or surface impedance. We therefore replace constraint (2.5) by

$$(2.6) \quad u + z_l \frac{\partial u}{\partial \nu} = "V_l" \text{ on } e_l, \quad l = 1, 2, 3, \dots, L.$$

The resulting model we call the *complete model*.

The complete model consists of (2.1), (2.2), (2.3), (2.4), and (2.6), together with the conditions

$$(2.7) \quad \sum_{l=1}^L I_l = 0 \quad (\text{conservation of charge})$$

and

$$(2.8) \quad \sum_{l=1}^L V_l = 0 \quad (\text{choice of a ground}).$$

This model has been shown to have a unique solution [SCI]. It is able to predict the experimental measurements to better than .1%.

**3. Some Issues of System Design.** At present, there is only one commercial EIT system. This is the applied potential tomography (APT) system invented by David Barber and Brian Brown [BB]. This system uses a single current source and 16 electrodes to make low-resolution images of conductivity changes inside the body.

One way to improve this system would be to improve its resolution. How can this be done? Certainly better resolution must involve using more electrodes. To study this idea, we introduce a quantitative measure of the ability of a current density  $j$  to distinguish two different admittivities  $\sigma_1$  and  $\sigma_2$ . Distinguishing between them means that the voltage difference  $\|R(\sigma_1)j - R(\sigma_2)j\|_\infty$  is greater than our measurement precision. (Here  $\|\cdot\|_\infty$  denotes the supremum.) However, this voltage difference can be made arbitrarily large by applying a sufficiently high current. Since it is not practical or safe to apply all the power in the universe, we need some constraint.

What constraint is appropriate? Researchers have variously constrained the maximum magnitude of the currents [CI], the sum of the currents [EP, KE, KVKK], and the power [CI]. The present safety regulations [AAMI] constrain the sum of the currents. However, if a current of a given magnitude is applied to a sufficiently small electrode, the current density can become so high as to cause pain. These regulations are thus not appropriate, and are therefore being reexamined.

For medical applications, there are two physiological effects to consider. At low frequencies, nerves and muscles can respond to electric currents. At high frequencies, organs are subject to damage by heating. We believe that both safety concerns can be addressed by constraining the applied current density, which bounds the applied power as well.

Accordingly, we define [I] the “distinguishability” of  $\sigma_1$  from  $\sigma_2$  by a current density  $j$  to be

$$(3.1) \quad d(j) = \frac{\|R(\sigma_1)j - R(\sigma_2)j\|}{\|j\|},$$

where  $R(\sigma)j$  denotes the electric potential or voltage on  $\partial$  resulting from the application of the current density  $j$  to a body containing the admittivity distribution  $\sigma$ . Here, for simplicity, we use the  $L^2(\partial)$  norm. A discussion of other norms can be found in [CI].

It was shown in [GIN2] that as the area of  $\partial$  on which current is applied shrinks to zero, the distinguishability also goes to zero. In particular, if one increases the number of electrodes while applying current only between a pair of them, the distinguishability decreases.

This suggests that in order to improve resolution by increasing the number of electrodes, one should apply current to all the electrodes. It is for this reason that the Rensselaer ACT system has as many current generators as electrodes [GIN1].

A similar result [GIN2] also implies that EIT systems should use large electrodes that fill as much of  $\partial$  as possible.

For a many-electrode, multiple-current-generator system, the question arises of which current density patterns should be used in order to best distinguish between two admittivity distributions  $\sigma_1$  and  $\sigma_2$ .

We say that the current density  $j$  is a “best” pattern for distinguishing  $\sigma_1$  from  $\sigma_2$  if  $j$  maximizes the distinguishability  $d(j)$ . Many readers will recognize (3.1) as the Rayleigh-Ritz quotient; it achieves its maximum when  $j$  is the eigenfunction of  $|R(\sigma_1) - R(\sigma_2)|$  corresponding to the largest eigenvalue.

As a simple example [GIN1], consider the problem of distinguishing a homogeneous annulus from a homogeneous disk with the same conductivity. In this case,



the eigenfunctions of  $|R(\theta) - R(\theta_0)|$  are trigonometric functions and the best current density is therefore simply  $j(\theta) = \cos(\theta - \theta_0)$  for any  $\theta_0$ . This example can be used to determine the size of the smallest object detectable in the center of an otherwise homogeneous medium by measurements of a given precision. We study the center because objects placed there have the least effect on boundary measurements.

In particular, [GIN1] calculated the size of the smallest centered cylindrical insulator (or conductor) whose presence can be detected in a homogeneous cylindrical tank with roughly the same diameter and conductivity as a human chest, when probed by a 32-electrode system with .1% accuracy. The results of these calculations agree with the experiments [CING, GIN1]. In particular, they show that a single current applied between an adjacent pair of electrodes cannot distinguish objects smaller than 1/16 the size in the center of a chest-sized tank. A single current applied between diametrically opposed electrodes cannot detect objects smaller than two fingers in diameter, while the "best" cosine pattern can detect an object the diameter of a single finger in the center of a chest-sized tank.

If the conductivity is not rotationally invariant, then the cosine is not necessarily the best current density to distinguish from a homogeneous conductivity. In general, since the best current densities depend on the unknown conductivity inside the body, they cannot be known in advance. They can be determined, however, by the adaptive process described in Appendix 2.

The alert reader may be wondering at this point why we pay so much attention to best current densities. After all, the mathematical model is linear, so on a system with a limited number of electrodes, we should be able to apply any linearly independent set of current patterns, and from the corresponding measured voltages, synthesize the result of applying any other current pattern.

The problem is that the measurement process introduces nonlinearities. For example, a nonzero voltage that is smaller than the measurement precision of the voltmeter will register as zero. In other words, the measurement process causes information to be lost. An adaptive measurement scheme for obtaining the most possible information is discussed in Appendix 2.

How many current patterns should we apply? Although in theory, we would need to apply all possible current patterns in order to obtain all possible information, in practice this would take too much time. Because the problem is very close to being linear, we apply only a linearly independent set of patterns that are chosen to have maximal information content (in the sense of being the best for distinguishing the medium from a homogeneous guess).

**4. Reconstruction Algorithms.** The reconstruction problem is to obtain an approximation to  $\sigma$  in the interior from the boundary measurements. This problem is challenging because it is not only nonlinear, but also ill posed, which means that large changes in the interior can correspond to very small changes in the measured data.

From a theoretical point of view, all possible boundary measurements do uniquely determine the admittivity in the interior [KV, SU, N]. However, in practice we are limited to a finite number of electrodes and a finite number of current patterns.

Many reconstruction algorithms have been proposed. We outline several of the different approaches and then describe in more detail the methods we used to make the images that accompany this paper.

The different approaches fall into several categories. The first are based on linear approximations. These are noniterative methods based on the assumption that the

conductivity does not differ very much from a constant. Examples of linear methods are the Barber-Brown backprojection method [BB] and related methods [SV, BT], Calderon's approach [C, IC2, II, CII, IC], moment methods [BAG, CW, AS], and one-step Newton methods [CINGS, B, ESIC, FCIGN, G, S]. The images in this paper were made with a one-step Newton method that is close to being an approximate linearization; this we discuss in more detail below.

Another class of methods is iterative methods. These include, typically, output least squares for various functionals. Examples include [ESIC, KM, WFN, YWT, JIEN, H, WWT, BP, J, D, K, SV]. The papers [D] and [K], in particular, contain rigorous proofs of convergence of Newton-type methods under various conditions.

A related class includes the adaptive methods, in which the applied patterns of current are adjusted to get the best reconstruction [GIN1, GIN2, NGI, S, BP, ICp].

One promising method is a layer-stripping algorithm [Sy, SCII]. It is based on the idea of finding the electrical parameters on the boundary of the body, then mathematically stripping away this outermost known layer. Then the process is repeated, and the medium is stripped away, layer-by-layer, with the electrical parameters being found in the process. This method is appealing because it is fast, addresses the full nonlinear problem, and works well on continuum-model synthetic data. However, no available layer-stripping algorithm works well on complete-model data.

There are also more theoretical papers that present formulas or suggestions for reconstructions, implementations of which have not been published. Such papers are [SU, N, R, R2, C, IC2].

**5. The Noser Algorithm and Its Implementation.** For an  $L$ -electrode system, we apply a linearly independent set of current patterns. Because of the constraint (2.7), a full set contains  $L-1$  current patterns, which we denote by  $I^1, I^2, \dots, I^{L-1}$ , where  $I^k = (I_1^k, I_2^k, \dots, I_L^k)$ . The corresponding voltage patterns we denote by  $V^1, V^2, \dots, V^{L-1}$ . One might think that from voltages measured on  $L$  electrodes, for  $L-1$  current patterns, we would have  $L(L-1)$  independent degrees of freedom. However, by (2.8), the voltages are constrained by the choice of a reference voltage, so in fact we have only  $L-1$  measurements for each current pattern. Moreover, some of this data is redundant, because the current-voltage map is symmetric. Thus the number of independent degrees of freedom is the number of degrees of freedom of a symmetric  $(L-1) \times (L-1)$  matrix, namely,  $L(L-1)/2$ . For our ACT3 system, which has  $L = 32$  electrodes, the number of degrees of freedom is 496.

For simplicity, we consider only the problem of reconstructing the conductivity, or, alternatively, the resistivity  $= 1/\sigma$ . We can only hope to recover a limited number of degrees of freedom of  $\sigma$ ; we denote these degrees of freedom by  $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_N$ , where  $N = L(L-1)/2$ . For example,  $\sigma$  could be represented by specifying its averages over small mesh elements; the average over the  $n$ th mesh element would be denoted  $\sigma_n$ . Henceforth we will assume that  $\sigma$  is completely determined by the  $\sigma_n$ . We would like to find a conductivity whose voltage patterns  $U^1(\sigma), U^2(\sigma), \dots, U^{L-1}(\sigma)$  are equal to the measured ones. To do this, we attempt to minimize the functional

$$(5.1) \quad E(\sigma) = \sum_{k=1}^{L-1} \|U^k(\sigma) - V^k\|^2.$$

To minimize this functional, we differentiate with respect to each degree of freedom  $\sigma_n$ , and set the derivatives to zero. This gives us the following set of  $N$  nonlinear

*S. weitere  
Seiten*

equations to solve:

$$(5.2) \quad 0 = \frac{\partial E(\cdot)}{\partial \rho_n} = 2 \sum_{k=1}^{L-1} (U^k(\cdot) - V^k) \frac{\partial U^k(\cdot)}{\partial \rho_n}.$$

A standard method for solving such a system of nonlinear equations is Newton's method; the NOSER code takes one step of a (regularized) Newton's method, from an initial guess of a uniform resistivity, and displays the result. The advantage of taking only one step is that the Jacobian matrix for the uniform case can be calculated ahead of time and stored. Thus the reconstruction is done via the formula (from [E])

$$(1) \quad = {}^0C + 2 \sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^K v_{k,j} S^{k,j},$$

where  $C$  and  $S^{k,j}$  are precomputed vectors of length 496 that depend only on known factors such as the geometry and regularization, and where  ${}^0$  and  $v_{k,j}$  are scalars computed from inner products of the data with known vectors.

This algorithm was implemented on a 386 personal computer with an Alacron AL860 AT printed circuit board, which relies on the Intel i860 microprocessor. This board has a data retrieval rate of 160 Megabytes per second and is capable of 80 Mega ops maximum throughput. Our implementation of the above algorithm on this board achieves a rate of 60 reconstructions per second. More details about the implementation are given in [E].

**6. Some Experimental Tests.** Our present third generation system, ACT3, incorporates the fast algorithm of section 5 together with electronics that are designed according to the principles of section 2. This system is capable of making 20 images per second with data accurate to one part in  $2^{15}$ , using a single array of 32 electrodes.

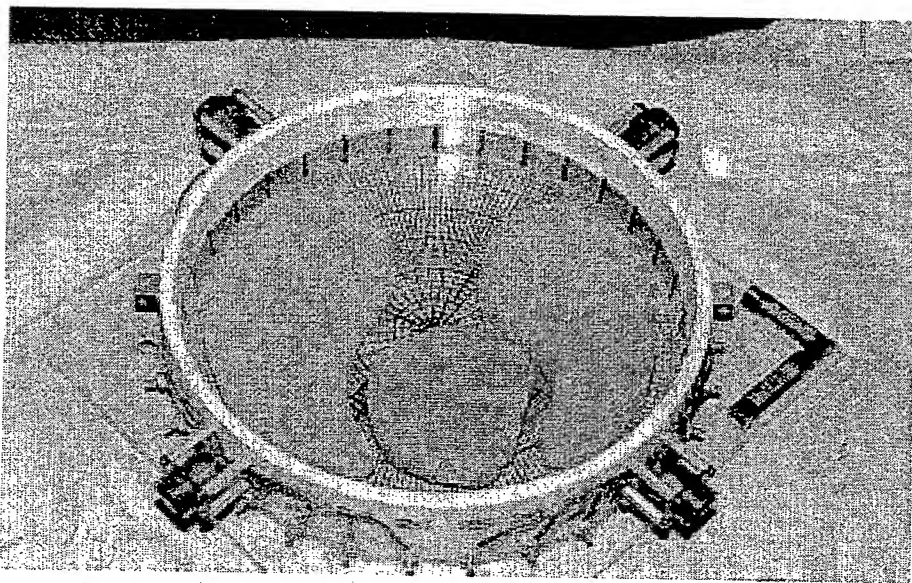
We have used this system to conduct many experiments, some of which are illustrated in the figures. We have done experiments in a test tank (Figures 1 and 2), on a human volunteer (Figures 3, 4, and 5), and on dogs (Figures 5 and 6).

The dog experiments are intended to test the feasibility of using electrical impedance tomography to detect pulmonary emboli. The dog was prepared so that the left and right lungs could be ventilated separately. Figure 6 shows the result of closing off the ventilation of one lung at a time. Then a balloon catheter was used to occlude a major branch of the pulmonary artery, to simulate a pulmonary embolus. Figure 7 shows the result.

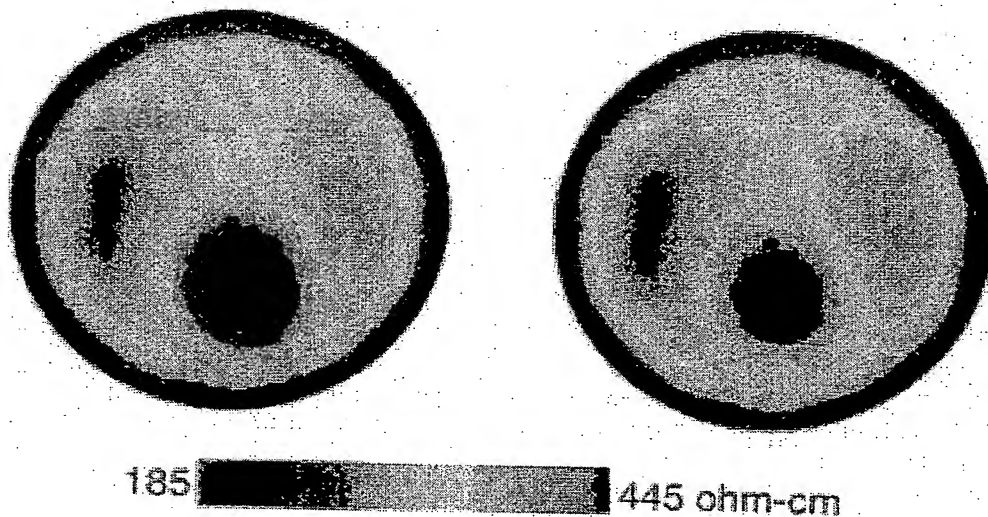
**7. Future Challenges.** Many challenges still remain to be overcome before EIT will provide a clinically useful device. The challenges can be classified into the areas of electronics, algorithms, and clinical applications.

Because the problem is intrinsically so ill posed, the measurements must be made very accurately. For clinical applications, they must also be made fast. Finally, a great many electrodes should be used to obtain good images. In particular, because current does not confine itself to a plane, measurements should be made on as large a surface as possible, which means that many electrodes should be used.

The ill-posedness and nonlinearity of the reconstruction problem also make algorithm development difficult. The NOSER and the backprojection algorithms have the advantage of being fast, but they are not very accurate. Algorithms need to be developed that are fast and accurate and that apply to a wide range of surface geometries.

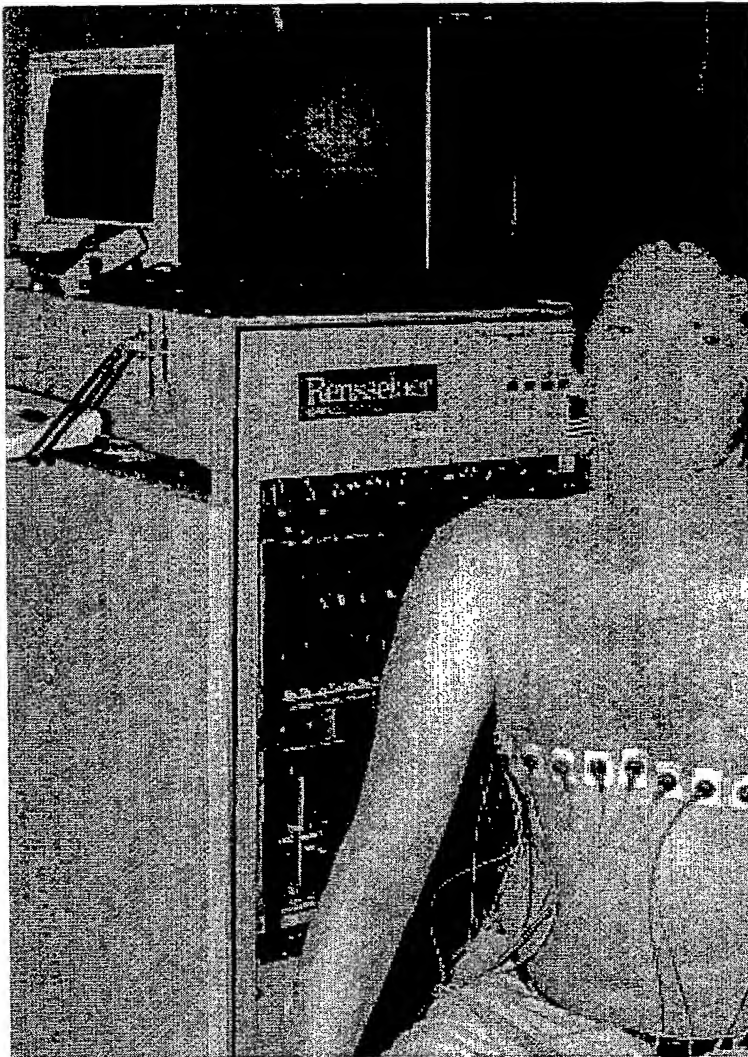


**Fig. 1** A test tank containing "lungs" and "heart" made of agar with varying amounts of added salt. This tank is filled with salt water, and used as a test body for the EIT system. Note the large electrodes around the inner circumference of the tank.



**Fig. 2** Images of the resistivity of two different test tanks like the one shown in Figure 1. The two different tanks had hearts of different sizes, meant to simulate different times during the heart's cycle.

Finally, the ill-posedness of the problem also makes it unlikely that EIT images, even with many electrodes, will have resolution comparable to that of CT or MRI



**Fig. 3** *The ACT 3 system with 32 electrodes encircling the chest of a subject. Here the goal is to make images that show the changes in volumes of air and blood that occur with breathing and the pulsatile circulation of the blood. Such images are referred to as ventilation and perfusion images, respectively. This is one possible positioning of electrodes for this purpose.*

images. However, EIT is low cost, noninvasive, and provides information about the electrical parameters of the body, which is information that cannot be obtained by these other methods. Specific clinical applications still need to be explored.

**Appendix 1: Derivation of (2.1) from Maxwell's Equations.** The xed-frequency version of Maxwell's equations is

$$(A.1) \quad \nabla \wedge E = i\omega H,$$



**Fig. 4** This is a "perfusion" image of a human subject. It was produced with the electrodes configured as in Figure 3. This image is a difference image, formed by subtracting images taken at two different times. The first image was made when the heart's ventricles have contracted, and the second was made when the heart's ventricles are filled with blood. In this difference image, the lung region shows an increase in the magnitude of the admittivity, while the ventricles' region shows a decrease in admittivity. This is because blood (which has high admittivity) has traveled from the heart to the lungs.

$$(A.2) \quad \nabla \wedge H = E + i\omega E,$$

where  $E$  denotes the electric field,  $H$  denotes the magnetic field, and  $\nabla \wedge$  denotes the curl operator. In order to determine whether our parameter ranges are such that we can find a simplifying approximation to these equations, we first write the equations in nondimensional form. To this end, we write  $E = [E]\tilde{E}$ ,  $H = [H]\tilde{H}$ ,  $x = [x]\tilde{x}$ , and  $\nabla \wedge = [x]^{-1}\tilde{\nabla} \wedge$ , where the quantities in brackets are scalars carrying the units, and the quantities with tildes are nondimensional vectors.

With this notation, we can write (A.1) and (A.2) as

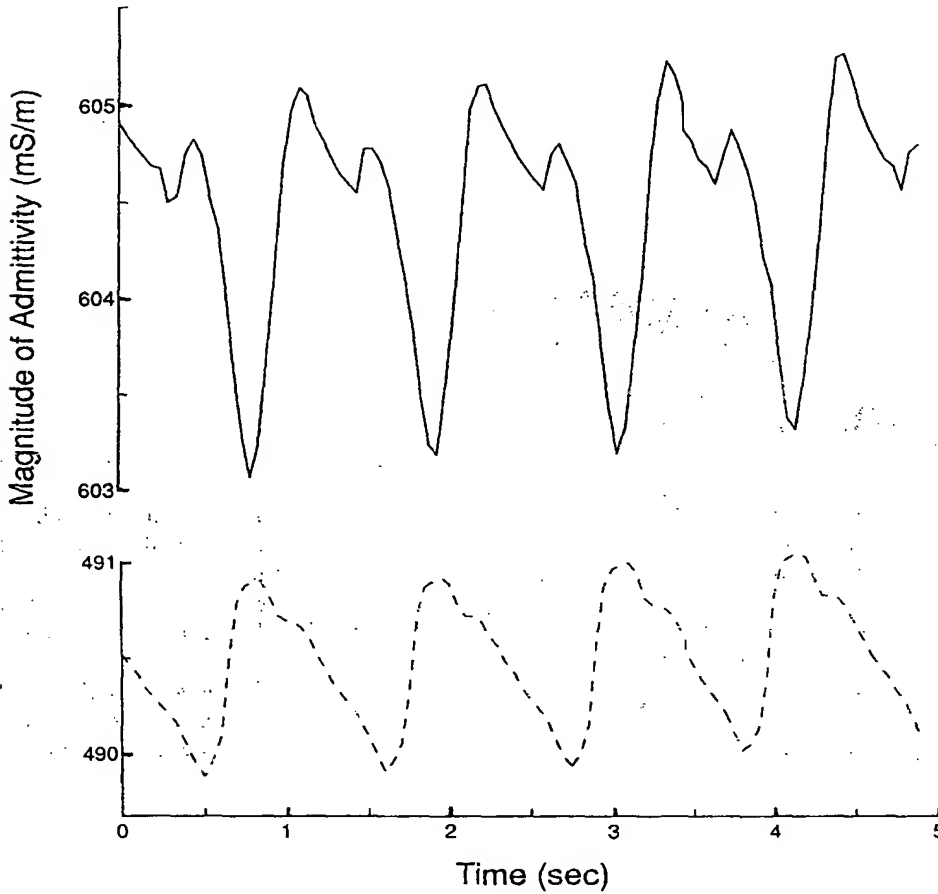
$$(A.3) \quad \tilde{\nabla} \wedge \tilde{E} = i\omega \frac{[H][x]}{[E]} \tilde{H},$$

$$(A.4) \quad \tilde{\nabla} \wedge \tilde{H} = \frac{[E][x]}{[H]} \tilde{E} + i\omega \frac{[E][x]}{[H]} \tilde{E}.$$

If we now choose units for  $[E]$  and  $[H]$  so that  $[E][x]/[H] = 1$ , then we can write (A.3) and (A.4) as

$$(A.5) \quad \tilde{\nabla} \wedge \tilde{E} = i\omega [x]^2 \tilde{H},$$

$$(A.6) \quad \tilde{\nabla} \wedge \tilde{H} = \tilde{E} + i\omega \tilde{E}.$$



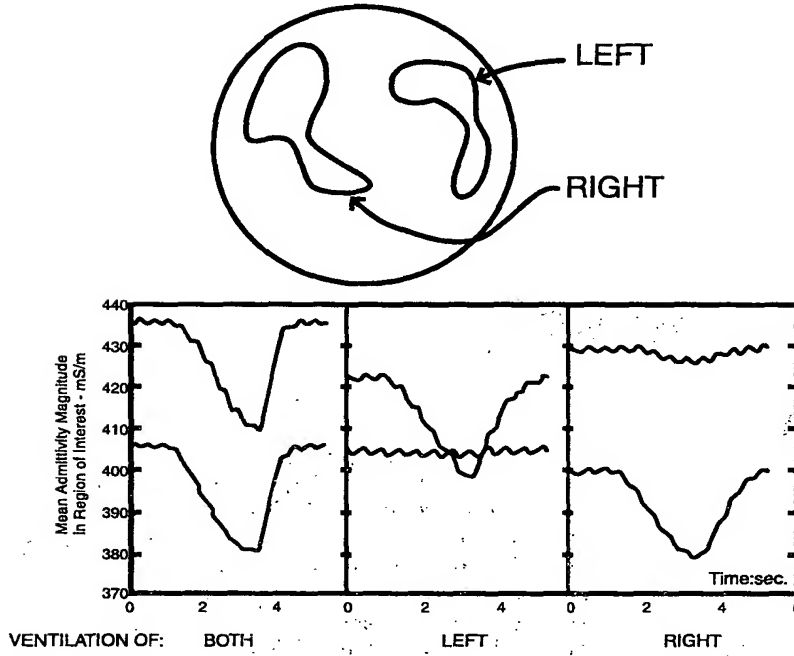
**Fig. 5** These graphs illustrate the periodic filling and emptying of the heart (top) and lungs (bottom). The top curve is an average of the magnitude of the admittivity over one of the ventricular regions shown in Figure 4, plotted against time. The bottom curve is an average of admittivity of the lung region shown in Figure 4, plotted against time. Note that the admittivity of the ventricular region decreases rapidly when the ventricles contract and pump highly conductive blood out to the body, while simultaneously the lungs' admittivity increases rapidly as they fill with blood.

Electrical impedance tomography systems operate in the range where  $\omega^2 [x]^2$  is negligible. The ACT3 system, for example, operates at 28.8 kHz, and is applied to bodies smaller than 1 meter in which the conductivity is generally less than 1 (Ohm-meter)<sup>-1</sup>. The system of [ESIC], although used to examine metals of high conductivity, operated at a very low frequency.

If the right side of (A.5) is negligible, then we can neglect the right side of (A.1) to conclude that  $E$  is the gradient of a potential. In particular, we write

$$(A.7) \quad E = -\nabla u,$$

where  $u$  is the electric potential. Using (A.7) in the equation obtained by taking the divergence of (A.2), we obtain (2.1).



**Fig. 6** Mean admittivity magnitude in the two regions of interest shown in the diagram at the top is shown versus time in the three panels at the bottom. In the first panel, a breath with a tidal volume of 300 ml/side was administered to BOTH lungs. In the middle panel, a 300 ml breath was applied to only the LEFT lung; in the third panel, the breath was applied to only the RIGHT lung. The curves in each panel show the admittivity magnitude in the region of the left chest at the top of each panel, and in the right chest at the bottom of each panel. The area of the left and right regions of interest was 7.9% and 12.1% of the total image area, respectively. The boundaries of these regions are iso-admittivity contours selected in an image of bilateral ventilation.

To obtain (2.2), we must consider also a current applied to the surface of the body. Thus (A.2) is modified as

$$(A.8) \quad \nabla \wedge H = J^{appl} + E.$$

Taking the divergence of (A.8) and using (A.7) gives us

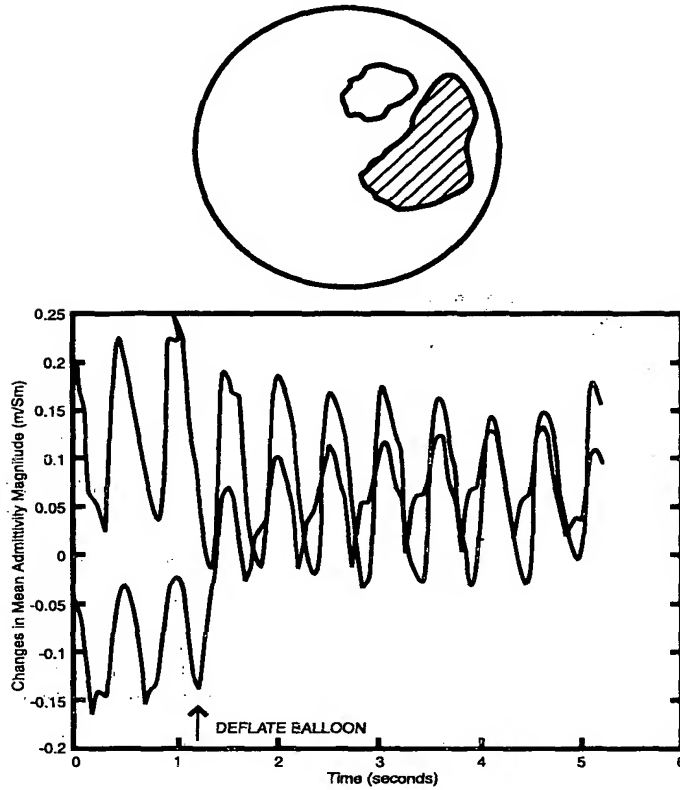
$$(A.9) \quad \nabla \cdot \nabla u = \nabla \cdot J^{appl}.$$

We integrate both sides of (A.9) over a pillbox of thickness enclosing part of the boundary, and use the divergence theorem. In the limit as the thickness goes to zero, we find

$$(A.10) \quad \mathbf{n}_{out} \cdot \partial u = \mathbf{n}_{in} \cdot \partial u = J_{out}^{appl} - J_{in}^{appl},$$

where  $\mathbf{n}_{out}$  denotes the outer unit normal vector. We assume that outside the body is negligible, so the first term on the left side of (A.10) vanishes. We also assume that the current  $J^{appl}$  is applied only on the outer surface of the body, so that  $J_{in}^{appl}$  is





**Fig. 7** Change in mean admittivity magnitude in two regions of interest with deflation of a balloon located in a branch of the pulmonary artery. The regions of interest are shown at top, and are contours of iso-admittivity. The reference admittivity of each curve is different, and has been subtracted to allow both curves to be displayed on the same axes.

zero. We define  $j = J^{appl}$ , so that  $j$  denotes the applied current entering the body. This gives us (2.2).

Careful computations [Doer] show that for the operating parameters of the Rensselaer ACT3 system, modeling error is about fifteen hundredths of a percent. The electronics of ACT3 are accurate to about three hundredths of a percent. This is accurate enough to detect the modeling error, which implies that the images might be improved by using the full Maxwell's equations.

**Appendix 2: Adaptive Process for Finding Best Patterns.** In order to find the best single-current density for distinguishing from , we can use the following adaptive process [Ip, IC].

- 1) Guess any current density  $j_0$  for which  $\int_{\partial} j_0 = 0$  and  $\|j_0\| = 1$ . Set  $k = 0$ .
- 2) Measure the voltage on :

$$V_k^1 = R(\cdot)j_k.$$

3) Compute the voltage on  $\partial$  :

$$V_k^0 = R(\cdot)j_k.$$

4) Compute the new estimate  $j_{k+1}$  to the best current density by

$$j_{k+1} = \frac{V_k^1 - V_k^0}{\|V_k^1 - V_k^0\|}.$$

5) If the change in  $j$  is less than the measurement precision  $\epsilon$ , i.e.,

$$\|j_{k+1} - j_k\| < \epsilon,$$

stop; otherwise increment  $k$  and repeat, starting with step 2.

This algorithm is essentially the power method for finding the largest eigenvalue and corresponding eigenvector of a matrix  $[IK]$ .

Numerical and experimental tests of this adaptive process by 32-electrode ACT systems [NGI, GIN1, ESIC] have shown as much as a 30-fold improvement in distinguishability within 5 iterations.

Now, suppose we wish not merely to determine whether  $\phi$  is distinguishable from  $\psi$ , but to obtain all possible information that will enable us to distinguish between the two, perhaps for the purpose of forming an image of the difference  $\phi - \psi$ . We could do this by using the above algorithm to find the best pattern, then searching the orthogonal complement for the next best pattern, etc. Alternatively, we can find all the best patterns at once by the following procedure.

We denote by  $\mathcal{R}$  the boundary map for the complete model, i.e.,  $\mathcal{R}I = V$ , where  $I$  and  $V$  are now  $L$ -dimensional vectors of currents and voltages. We denote by  $\mathcal{R}$  the difference map  $\mathcal{R}(\cdot) - \mathcal{R}(\cdot)$ . We want to determine the eigenvectors of  $\mathcal{R}$ , without knowing  $\mathcal{R}$  in advance.

Suppose we first apply any orthonormal set  $\{T^l, l = 1, 2, \dots, L-1\}$  of current patterns, and denote the corresponding voltage patterns by  $\{(\mathcal{R})T^l, l = 1, 2, \dots, L-1\}$ .

We wish to find vectors  $I$  such that

$$(A2.1) \quad (\mathcal{R})I = \lambda I,$$

where the eigenvalue  $\lambda$  is a scalar. We assume that we can write  $I$  as a linear combination of the  $T$ 's:

$$(A2.2) \quad I = \sum_{l=1}^{L-1} q_l T^l;$$

we need only determine the  $q$ 's. On both sides of (A2.1) we use the expression (A2.2) for  $I$ , thus obtaining

$$(A2.3) \quad \sum_{l=1}^{L-1} q_l (\mathcal{R})T^l = \lambda \sum_{l=1}^{L-1} q_l T^l.$$

We now take the inner product of (A2.3) with the vector  $T^k$ , using the orthonormality of the  $T$ 's. This results in

$$(A2.4) \quad \sum_{l=1}^{L-1} q_l \langle T^k, (\mathcal{R})T^l \rangle = \lambda q_k,$$

where we have used  $\langle \cdot, \cdot \rangle$  to denote the inner product. Equation (A2.4) tells us that the desired  $q$ 's are the eigenvectors of the matrix whose elements are  $\langle T^k, (\Re)T^l \rangle$ ; this matrix, moreover, is one that we can compute from experimental measurements!

The subtle point is that this process must be iterated. This is because the operator  $\Re$  is not known exactly; our knowledge of it depends on the current patterns we apply.

**Acknowledgments.** Much of the fast implementation of the algorithm described here was done by P. Edic. We would like to thank him, D. G. Gisser, G. Saulnier, R. D. Cook, and the rest of the Rensselaer impedance tomography group for their work in building adaptive current tomography systems, which continues to inspire and enlighten us.

## REFERENCES

- [AAMI] *Safe Current Limits for Electromedical Apparatus*, ANSI/AAMI ES 1-1993. Copies are available from the Association for the Advancement of Medical Instrumentation, 3330 Washington Boulevard, Suite 400, Arlington, VA 22201-4598.
- [AS] A. ALLERS AND F. SANTOSA, *Stability and resolution analysis of a linearized problem in electrical impedance tomography*, *Inverse Problems*, 7 (1991); pp. 515-533.
- [B] R.S. BLUE, *A real-time three-dimensional linearized reconstruction algorithm generalized for multiple planes of electrodes*, Ph.D. Thesis, Rensselaer Polytechnic Institute, Troy, NY, 1997.
- [BP] W.R. BRECKON AND M.K. PIDCOCK, *Some mathematical aspects of electrical impedance tomography*, in *Mathematics and Computer Science in Medical Imaging*, M.A. Viergever and A.E. Todd-Pokropek, eds., NATO ASI Series, F39, Springer-Verlag, New York, 1988 pp. 351-362; also *Progress in electrical impedance tomography*, in *Some Topics on Inverse Problems*, P.C. Sabatier, ed., World Scientific, River Edge, NJ, 1988, pp. 254-264.
- [BT] C. BERENSTEIN AND E.C. TARABUSI, *Inversion formulas for the k-dimensional Radon transform in real hyperbolic spaces*, *Duke Math. J.*, 62 (1991), pp. 1-19.
- [BAG] S. BERNTSEN, J.B. ANDERSEN, AND E. GROSS, *A General Formulation of Applied Potential Tomography*, preprint.
- [BB] D.C. BARBER AND B.H. BROWN, *Applied potential tomography*, *J. Phys. E. Sci. Instrum.*, 17 (1984), pp. 723-733.
- [BBS] B. H. BROWN, D. C. BARBER, AND A. D. SEAGAR, *Applied potential tomography: Possible clinical applications*, *Clin. Phys. Physiol. Meas.*, 6 (1985), pp. 109-121.
- [C] A.P. CALDERON, *On an inverse boundary value problem*, *Seminar on Numerical Analysis and Its Applications to Continuum Physics*, Soc. Brasileira de Matematica, Rio de Janeiro, 1980, pp. 65-73.
- [CF] P. COLLI FRANZONE, *Il problema inverso dell'elettrocardiografia*, *Boll. Un. Mat. Ital. A*, 15 (1978), pp. 30-51; and P. Colli Franzone, L. Guerri, B. Taccardi, and C. Viganotti, *The Direct and Inverse Potential Problems in Electrocardiology. Numerical Aspects of Some Regularization Methods and Application to Data Collected in Isolated Dog Heart Experiments*, Pub. 222, Laboratorio di Analisi Numerica del Consiglio Nazionale delle Ricerche, Pavia, Italy, 1979.
- [CI] M. CHENEY AND D. ISAACSON, *Distinguishability in impedance imaging*, *IEEE Trans. Biomed. Engr.*, 39 (1992), pp. 852-860.
- [CI2] M. CHENEY AND D. ISAACSON, *An overview of inversion algorithms for impedance imaging*, in *Inverse Scattering and Applications*, O. H. Sattering, C. A. Tracy, and S. Venakides, eds., AMS, Providence, RI, 1991.
- [CII] M. CHENEY, D. ISAACSON, AND E.L. ISAACSON, *Exact solutions to a linearized inverse boundary value problem*, *Inverse Problems*, 6 (1990), pp. 923-934.
- [CING] K.-S. CHENG, D. ISAACSON, J. C. NEWELL, AND D. G. GISSER, *Electrode models for electric current computed tomography*, *IEEE Trans. Biomed Engr.*, 36 (1989), pp. 918-924.
- [CINGS] M. CHENEY, D. ISAACSON, J. NEWELL, J. GOBLE, AND S. SIMSKE, *NOSER: An algorithm for solving the inverse conductivity problem*, *Internat. J. Imaging Systems and Technology*, 2 (1990), pp. 66-75.

- [CW] T.J. CONNOLLY AND D.J.N. WALL, *On an inverse problem, with boundary measurements, for the steady state diffusion equation*, Inverse Problems, 4 (1988), pp. 995-1012.
- [D] D.C. DOBSON, *Convergence of a reconstruction method for the inverse conductivity problem*, SIAM J. Appl. Math., 52 (1992), pp. 442-458.
- [DL] K.A. DINES AND R.J. LYTLE, *Analysis of electrical conductivity imaging*, Geophysics, 46 (1981), pp. 1025-1036.
- [DR] W. DAILY AND A. RAMIREZ, *Electrical resistance tomography during in-situ trichloroethylene remediation at the Savannah River Site*, Applied Geophysics, 33 (1995), pp. 239-249.
- [Doer] B. DOERSTLING, *A 3-D Reconstruction Algorithm for the Linearized Inverse Boundary Value Problem for Maxwell's Equations*, Ph.D. Thesis, Rensselaer Polytechnic Institute, Troy, NY, 1995.
- [E] P. EDIC, *The Implementation of a Real-Time Electrical Impedance Tomograph*, Ph.D. Thesis, Rensselaer Polytechnic Institute, Troy, NY, 1994.
- [EP] B. M. EYÜBOGLU AND T.C. PILKINGTON, *Comments on distinguishability in electrical impedance tomography*, IEEE Trans. Biomed. Engr., 40 (1993), pp. 1328-1880.
- [ESIC] M.R. EGGLESTON, R.J. SCHWABE, D. ISAACSON, AND L.F. COFFIN, *The application of electric current computed tomography to defect imaging in metals*, in: Review of Progress in Quantitative NDE, D.O. Thompson and D.E. Chimenti, eds., Plenum, New York, 1989.
- [FCIGN] L.F. FUKS, M. CHENEY, D. ISAACSON, D.G. GISSER, AND J.C. NEWELL, *Detection and imaging of electric conductivity and permittivity at low frequency*, IEEE Trans. Biomed. Engr., 3 (1991), pp. 1106-1110.
- [G] J.C. GOBLE, *The Three-Dimensional Inverse Problem in Electric Current Computed Tomography*, Ph.D. Thesis, Rensselaer Polytechnic Institute, Troy, NY, 1990.
- [GB] L.E. BAKER AND L.A. GEDDES, *Principles of Applied Biomedical Instrumentation*, 3rd ed., Wiley, New York, 1989.
- [GIN1] D.G. GISSER, D. ISAACSON, AND J.C. NEWELL, *Theory and performance of an adaptive current tomography system*, Clin. Phys. Physiol. Meas. 9, Suppl. A (1988), pp. 35-41.
- [GIN2] D.G. GISSER, D. ISAACSON, AND J.C. NEWELL, *Electric current computed tomography and eigenvalues*, SIAM J. Appl. Math., 50 (1990), pp. 1623-1634.
- [GIN3] D.G. GISSER, D. ISAACSON, AND J.C. NEWELL, *Current topics in impedance imaging*, Clin. Phys. Physiol. Meas., 8A (1987), pp. 39-46.
- [H] D. HOLDER, *Clinical and physiological applications of electrical impedance tomography*, UCL Press, London, 1993.
- [I] D. ISAACSON, *Distinguishability of conductivities by electric current computed tomography*, IEEE Trans. Med. Imaging, MI-5 (1986), pp. 91-95.
- [IC] D. ISAACSON AND M. CHENEY, *Current problems in impedance imaging*, in Inverse Problems in Partial Differential Equations, D. Colton, R. Ewing, and W. Rundell, eds., SIAM, Philadelphia, 1990, pp. 141-149.
- [IC2] D. ISAACSON AND M. CHENEY, *Effects of measurement precision and finite numbers of electrodes on linear impedance imaging algorithms*, SIAM J. Appl. Math., 51 (1991), pp. 1705-1731.
- [ICp] D. ISAACSON AND M. CHENEY, *Process for Producing Optimal Current Patterns for Electrical Impedance Tomography*, U.S. Patent 5,588,429; Dec. 31, 1996.
- [II] D. ISAACSON AND E. ISAACSON, *Comment on Calderon's paper: 'On an inverse boundary value problem'*, Math. Comp., 52 (1989), pp. 553-559.
- [IK] E. ISAACSON AND H. B. KELLER, *Analysis of Numerical Methods*, Wiley, New York, 1966.
- [Ip] D. ISAACSON, *Process and Apparatus for Distinguishing Conductivities by Electric Current Computed Tomography*, U.S. Patent 4,920,490; April 24, 1990.
- [J] X. JIANG, *Augmented Lagrangian Method for Reconstructing Conductivity by Boundary Measurements*, Research summary, preprint.
- [JIEN] H. JAIN, D. ISAACSON, P. M. EDIC, AND J. C. NEWELL, *Electrical impedance tomography of complex conductivity distributions with noncircular boundary*, IEEE Trans. Biomed. Engr., 44 (1997), pp. 1051-1060.
- [K] M. KLIBANOV, *Newton-Kantorovich Method for Impedance Computed Tomography*, preprint.
- [KE] A. KOSKAL AND B.M. EYÜBOGLU, *Determination of optimum injected current patterns in electrical impedance tomography*, Physiol. Meas., 16 (1995), pp. A99-A109.
- [KVKK] V. KOLEHMAINEN, M. VAUHKONEN, P.A. KARJALAINEN, AND J.P. KAIPIO, *Assessment of errors in static electrical impedance tomography with adjacent and trigonometric current patterns*, Physiol. Meas., 18 (1997), pp. 289-303.

- [KM] R.V. KOHN AND A. MCKENNEY, *Numerical implementation of a variational method for electrical impedance imaging*, Inverse Problems, 9 (1990), pp. 389–414.
- [KV] R. KOHN AND M. VOGELIUS, *Determining conductivity by boundary measurements*, Comm. Pure Appl. Math., 37 (1984), pp. 113–123.
- [N] A.I. NACHMAN, *Reconstruction from boundary measurements*, Ann. of Math., 128 (1988), pp. 531–576.
- [N2] A.I. NACHMAN, *Global uniqueness for a two-dimensional inverse boundary value problem*, Ann. of Math., 143 (1996), pp. 71–96.
- [NGI] J.C. NEWELL, D.G. GISSER, AND D. ISAACSON, *An electric current tomograph*, IEEE Trans. Biomed. Engr., 35 (1988), pp. 828–833.
- [P] R.L. PARKER, *The inverse problem of resistivity sounding*, Geophysics, 42 (1984), pp. 2143–2158.
- [R] A. G. RAMM, *Multidimensional inverse scattering problems and completeness of the products of solutions to homogeneous PDE*, Z. Angew. Math. Mech., 69 (1989), pp. T13–T22.
- [R2] A. G. RAMM, *Finding conductivity from boundary measurements*, Comput. Math. Appl., 21 (1991), pp. 85–91.
- [RDLOC] A. RAMIREZ, W. DAILY, D. LABRECQUE, E. OWEN, AND D. CHESNUT, *Monitoring an underground steam injection process using electrical resistance tomography*, Water Resources Research, 29 (1993), pp. 73–87.
- [RDBLR] A. RAMIREZ, W. DAILY, A. BINLEY, D. LABRECQUE, AND D. ROELANT, *Detection of leaks in underground storage tanks using electrical resistance methods*, J. Environmental and Engineering Geophysics, 1 (1996), pp. 189–203.
- [S] S. SIMSKE, *An Adaptive Current Determination and a One-Step Reconstruction Technique for a Current Tomography System*, Master's Thesis, Rensselaer Polytechnic Institute, Troy, NY, 1987.
- [Sy] J. SYLVESTER, *A convergent layer stripping algorithm for radially symmetric impedance tomography problem*, Comm. Partial Differential Equations, 17 (1992), pp. 1955–1994.
- [SCI] E. SOMERSALO, M. CHENEY, AND D. ISAACSON, *Existence and uniqueness for electrode models for electric current computed tomography*, SIAM J. Appl. Math., 52 (1992), pp. 1023–1040.
- [SCII] E. SOMERSALO, M. CHENEY, D. ISAACSON, AND E.L. ISAACSON, *Layer-stripping: A direct numerical method for impedance imaging*, Inverse Problems, 7 (1991), pp. 899–926.
- [SSS] S. STPHANESCO, C. SCHLUMBERGER, AND M. SCHLUMBERGER, *Sur la distribution électrique autour d'une prise de terre ponctuelle dans un terrain a couches horizontales, homogenes et isotropes*, J. Physics & Radium Ser., 7 (1930), pp. 132–140.
- [SU] J. SYLVESTER AND G. UHLMANN, *A uniqueness theorem for an inverse boundary value problem in electrical prospection*, Comm. Pure Appl. Math., 39 (1986), pp. 91–112; *A global uniqueness theorem for an inverse boundary value problem*, Ann. of Math., 125 (1987), pp. 153–169; *Inverse boundary value problems at the boundary—continuous dependence*, Comm. Pure Appl. Math., 41 (1988), pp. 197–221.
- [SV] F. SANTOSA AND M. VOGELIUS, *A backprojection algorithm for electrical impedance imaging*, SIAM J. Appl. Math., 50 (1990), pp. 216–243.
- [WB] R.A. WILLIAMS AND M.S. BECK, EDS., *Process Tomography—Principles, Techniques and Applications*, Butterworth-Heinemann, Oxford, UK, 1995.
- [WFN] A. WEXLER, B. FRY, AND M.R. NEIMAN, *Impedance-computed tomography algorithm and system*, Appl. Opt., 24 (1985), pp. 3985–3992.
- [WWT] E.J. WOO, J. WEBSTER, AND W. J. TOMPKINS, *The improved Newton-Raphson method and its parallel implementation for static impedance imaging*, Proc. IEEE-EMBS Conf. Part 1, 5 (1990), pp. 102–103.
- [XHBB] C.G. XIE, S.M. HUANG, B.S. HOYLE, AND M.S. BECK, *Tomographic imaging of industrial process equipment—Development of system model and image reconstruction algorithm for capacitive tomography*, Sensors & Their Applications V, Edinburgh, Sept. 1991, pp. 203–208.
- [YWT] T.J. YORKEY, J.G. WEBSTER, AND W.J. TOMPKINS, *Comparing reconstruction algorithms for electrical impedance tomography*, IEEE Trans. Biomed. Engr., BME-34 (1987), pp. 843–852.

